

# CHRONOLOGY OF CARTOGRAPHY PROJECTION CHOICE IN THE REPUBLIC OF SERBIA

## ХРОНОЛОГИЈА ИЗБОРА КАРТОГРАФСКЕ ПРОЈЕКЦИЈЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Jelena Gučević<sup>1</sup>  
Siniša Delčev<sup>2</sup>  
Vukan Ogrizović<sup>3</sup>  
Stefan Miljković<sup>4</sup>

UDK: 528.235(497.11)  
DOI: 10.14415/zbornikGFS36.04  
CC-BY-SA 4.0 license

**Summary:** A surveyor deals with cartographic projections, equations, properties, and deformation characteristics, within the scope of Geodetic Cartography. Application of the cartographic projections assumes an overview of a user of surveying data and cadastral maps, through numerical determination of deformation distribution for the whole state territory. During introduction of new geodetic datums and cartographic projections, it is necessary to respect experiences of other European countries, with maximal treatment of national interferences and capabilities. The paper presents chronology of establishment of the state coordinate system of the Republic of Serbia (Bessel ellipsoid and Gauss-Krüger projection) and the state reference system for horizontal and vertical positioning over GRS80 ellipsoid and UTM projection. Particularly, the paper presents values of lengths deformation for the whole area of the Republic of Serbia in the existing projections. Also, the optimal scale factor is calculated.

**Резиме:** Картографским пројекцијама, једначинама, својствима и деформационим карактеристикама бави се геодета у оквиру геодетске картографије. Примена картографских пројекција подразумева сагледавање корисника података геодетског премера и катастарских планова кроз нумеричко одређивање расподеле деформација за читаву територију државе. При увођењу нових геодетских датума и картографских пројекција потребно је уважавати искуства других европских држава уз максимално вођење рачуна о националним интересима и могућностима. У раду ће бити приказана хронологија успостављања државног координатног систем Републике Србије, (Беселов елипсоид и Гаус-Кригера пројекција) и државног референтни систем за хоризонтално и вертикално позиционирање на елипсоиду ГРС80 и УТМ пројекцији. Посебно ће се приказати вредности деформације дужина за читаво подручје Републике Србије у постојећим пројекцијама и срачунати оптимални коефицијент размере.

<sup>1</sup> dr Jelena Gučević, dipl.inž. geod., University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering Subotica, Kozaračka 2a, Subotica, Serbia, tel: +381 24 554 300, e-mail: [jgucevic@gf.uns.ac.rs](mailto:jgucevic@gf.uns.ac.rs)

<sup>2</sup> dr Siniša Delčev, dipl.inž. geod., University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering Subotica, [delcev@gf.uns.ac.rs](mailto:delcev@gf.uns.ac.rs)

<sup>3</sup> dr Vukan Ogrizović, dipl.inž. geod., University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering Subotica, [vukan@gf.uns.ac.rs](mailto:vukan@gf.uns.ac.rs)

<sup>4</sup> Stefan Miljković, dipl.inž. geod., student doktorskih studija, [skiljk@live.com](mailto:skiljk@live.com).

**Keywords:** history, projection, state coordinate system, scale factor

**Кључне речи:** историја, пројекција, државни координатни систем, фактор размере

## 1. INTRODUCTION

Problem of calculation in ellipsoid and in projection plane have been analyzed since the time of ancient Greece, originally, the ellipsoid surfaces were selected so that they best correspond the requirements of cartographic projections for a specific part of Earth surface. These ellipsoids were defined only by geometric parameters and that group includes Basel ellipsoid. Basel ellipsoid from 1841 is applied in following countries as the calculation surface: Germany, Austria, territories of former Yugoslav republic, Italy up to 1942, Albania, Norway up to 1850, Switzerland up to 1863, Netherlands up to 1885, Greece, Indonesia, Sweden, Portugal up to 1926, USA up to 1880, as well as in Poland, former Czechoslovakia, Hungary, former USSR up to 1946. [2]

All computing is generally shown in the form of mathematic orders which, in order to be calculated, must be shown in the final forms, i.e. they remain elements of higher orders which are neglected. This remainder error influences the accuracy of computing of applied expressions of conforming mapping and is in direct correlation with the size of the area. Measured sizes at the physical surface of Earth are in the process of calculation first reduced to ellipsoid body and then through conforming mapping equations to the projection plane.

National coordinate system (NCS) can be realized on different ellipsoids and in different projection surfaces. The final decision is made by the government in accordance with the scientific, technical, economic and other capacities, through its bodies in charge of geodetic works. It is primarily the surveyors who need to understand and comprehend the use of National coordinate system of the

## 1. УВОД

Проблеми рачунања на елипсоиду и у равни пројекције анализирају се још од времена старих Грка. Првобитно су елипсоидне површи биране тако да најбоље одговарају захтевима картографских пројекција за одређени део Земљине површи. Ови елипсоиди дефинисани су само геометријским параметрима и у ту групу убраја се елипсоид Бесела. Беселов елипсоид из 1841. године као основна површ за рачунање примењен је у следећим земљама: Немачка, Аустрија, територије бивших југословенских република, Италији до 1942, Албанији, Норвешкој до 1850, Швајцарској до 1863, Холандији до 1885, Грчкој, Индонезији, Шведској, Португалији до 1926, САД до 1880, а такође и у Пољској, некадашњој Чехословачкој, Мађарској и бившем СССР-у до 1946. године [2].

Сва рачунања су генерално приказана у облику математичких редова који, да би били срачунати, морају да се прикажу у коначном облику, тј. остају чланови виших редова који се занемарују. Ова грешка остатка утиче на тачност рачунања примењених израза конформног пресликавања и у директној вези је са величином подручја. Мерене величине на физичкој површи Земље се у процесу обраде најпре редукују на тело елипсоида а затим једначинама конформног пресликавања у раван пројекције.

Национални координатни систем може бити реализован на различитим елипсоидима и у различитим пројекцијским површима. Одлуку о томе у складу са научним, техничким, економским и другим могућностима

Republic of Serbia and the problems arising from different values resulting from transformation of coordinates, before the users of this data. National Coordinate System needs to cover the entire territory of the country with a unified coordinate system and needs to be suitable for computing and cartographic display of the biggest possible number of users.

## **2. STATE COORDINATE SYSTEM OF THE REPUBLIC OF SERBIA (SCS)**

State Coordinate System (SCS) is defined on Basel ellipsoid and Gauss-Krüger projection. The decision on implementation of this projection in the territory of former Yugoslavia was made in March 1924 for the purpose of facilitating the link to neighboring countries. Gauss-Krüger projection is a transverse cylindrical projection in which the revolving ellipsoid according the laws of the conforming mapping is transferred into plain.

The principal meridian is reflected to the cylinder without deformations, i.e. its length in the projection plane is the same as the length on ellipsoid. However, all lengths outside the principal meridian will be deformed and will not have the same values in projection. The level of deformation increases with the increase of distance from the principal meridian. Through the adoption of the requirement that the maximal deformation of the length should be 1dm/km, the coefficient of the scale for the current cylinder was defined with value  $k_0=0,9999$ .

With the cutting cylinder the mapping area (meridian zone) is limited to 3° ellipsoid lengths, while the length deformation doesn't exceed 1 dm/km. Since the area of former Yugoslavia is around 10°, its mapping is done in three projection planes and within three rectangular coordinate systems with abscise axe X taken from meridian

доноси држава, преко својих органа задужених за геодетску делатност. Пре свих, геодете треба да схвате и разумеју употребу националних координатних система и проблеме у вези са различитим вредностима које произилазе из трансформације координата, боље од корисника ових података. Национални координатни систем треба да обухвати целу територију државе, са јединственим координатним системом и да је погодан за рачунање и картографско приказивање што већег броја корисника.

## **2. ДРЖАВНИ КООРДИНАТНИ СИСТЕМ СРБИЈЕ-ДКС**

Државни координатни систем (ДКС) Републике Србије дефинисан је на елипсоиду Бесела и Гаус-Кригеровој пројекцији. Одлука о увођењу ове пројекције на територији бивше Југославије донета је марта 1924. године ради што лакше везе са суседним земљама. Гаус-Кригерово пројекција је попречна цилиндрична пројекција код које се обртни елипсоид по законима конформног пресликавања пресликава у раван.

Додирни меридијан пресликава се на цилиндар без деформација тј. његова дужина у равни пројекције иста је као дужина на елипсоиду. Међутим, све дужине ван додирног меридијана биће деформисане и неће имати исте вредности у пројекцији. Степен деформације се повећава удаљавањем од додирног меридијана. Усвајањем захтева да максимална деформација дужине износи 1 dm/km, дефинисан је коефицијент размере за секући цилиндар са вредношћу  $k_0=0,9999$ .

Секућим цилиндром је подручје пресликавања (меридијанска зона) ограничено на 3° елипсоидне дужине, а деформација дужина не прелази 1 dm/km. Како је ширина простирања бивше Југославије око 10°, њено

projections with ellipsoid length 15°, 18° i 21° east and west of Greenwich.

The defined system of 6 and 7 zone of Gauss-Krüger projection, Bassel ellipsoid (State Coordinate System-SCS) contains the data on the state survey of the Republic of Serbia. In the State Coordinate System of the Republic of Serbia the position of each point is determined by rectangle coordinates Y, X. As the entire territory of our country is in the northern hemisphere, all points shall have positive values X. Values Y would be positive for points east of the principal meridian and negative for those east of it. In order to avoid the use of negative coordinates, as suggested by Baumgarten, X axes was awarded value  $Y = 500\,000\text{ m}$ . [2]

### **3. NATIONAL REFERENCE SYSTEM OF THE REPUBLIC OF SERBIA**

Modern geodetic and geophysics scientific research are directed towards positioning within the global geocentric ellipsoid. With the Law on National Survey and Cadaster coming into effect in 2009, it has been asserted that vertical and horizontal positioning should be done in the national reference system. Within the national reference system following systems are defined: spatial, horizontal, vertical, gravimetric and astronomic reference system. Spatial reference system of the Republic of Serbia match the European Terrestrial Reference System 1989 ETRS89. The Law defines the following: „Horizontal Reference System represents a two-dimensional coordinate subset of the spatial reference system where the position of points is expressed in two-dimensional, curve line coordinates, i.e. geodetic latitude and longitude in relation to the reference biaxial revolving ellipsoid of the Geodetic Reference System 1980 (GRS80) which is determined for the

пресликавање врши се на три пројекционе равни и у оквиру три правоугла координатна система, за чије су апцисне осовине X узете пројекције меридијана са елипсоидном дужином 15°, 18° и 21° источно и западно од Гринича.

У дефинисаном систему 6. и 7. зоне Гаус-Кригерове пројекције, Беселовог елипсоида (Државни координатни систем - ДКС) налазе се подаци државног премера Републике Србије. У државном координатном систему Републике Србије положај сваке тачке одређен је правоуглим координатама Y, X. Како је цела територија наше државе на северној полулопти, то ће све тачке имати позитивне вредности X. Вредности Y биле би за тачке источно од додирног меридијана позитивне, западно негативне. Да се при рачунању не би користиле негативне координате по предлогу Баумгартена X - оси је додељена вредност  $Y = 500\,000\text{ m}$ . [2]

### **3. ДРЖАВНИ РЕФЕРЕНТНИ СИСТЕМ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**

Савремена геодетска и геофизичка научна истраживања усмерена су ка позиционирању унутар глобалног геоцентричног елипсоида. Ступањем на снагу Закона о државном премери и катастру 2009. године, за Републику Србију усвојено је да се у државном референтном систему врши хоризонтално и вертикално позиционирање. У оквиру државног референтног система одређују се: просторни, хоризонтални, вертикални, гравиметријски и астрономски референтни системи. Просторни референтни систем за Републику Србију подудар се са Европским терестричким референтним системом ЕТРС89. Закон дефинише да: "Хоризонтални референтни систем представља дводимензионални координатни подскуп просторног референтног система у коме се

mathematical model of Earth in the Republic of Serbia“

And the following:

„Position of points in the horizontal reference system is expressed in two-dimensional, straight line coordinates in the plain of conforming Universal Transverse Mercator (hereinafter UTM), to ellipsoid GRS80.“ [6]

### 3.1 Geodetic Reference System

Geodetic Reference System (GRS) adopted within the International Union for Geodesy and Geophysics (IUGG) is linked to specific time epoch and represents a set of numerical values of Earth body parameters. The system is adopted for a longer time period and generally represents the standard for geodesy and other related scientific disciplines. Determining and publishing actual system values is part of the activities of the International Association for Geodesy (IAG).

Common for all reference system is the assumption that they are geocentric, that Z-axis coincides with the Earth rotation axis and that the direction of X axis is in the plane of Greenwich meridian. Geodetic Reference System is based on the theory of reference ellipsoid and was first used with mark 1924/30.

In the General Assembly of IUGG held in Madrid in 1924. the Hyford ellipsoid was adopted and associated with the GRS1924/30.

In the General Assembly of IUGG held in Lucerne in 1967 the existing system GRS 1924/30 was replaced with the new Geodetic Reference System 1967.

The semi-axes of the reference ellipsoid GRS67 were defined based on astrogeodetic and gravimetric observations collected throughout Earth surface and transformed into unified system. Geodetic Reference System found wide use in solving many scientific problems and establishing geodetic networks.

положај тачака изражава дводимензионалним, криволинијским координатама, односно, геодетском дужином и ширином у односу на референтни двоосни обртни елипсоид геодетског референтног система ГРС80, који се одређује за математички модел Земље у Републици Србији“ и да:

“Положај тачака у хоризонталном референтном систему изражава се дводимензионалним, праволинијским координатама у равни конформне Универзалне трансверзалне Мерка-торове пројекције, на елипсоид ГРС80.“ [6]

### 3.1 Геодетски Референтни Систем

Геодетски референтни систем (ГРС), усвојен у оквиру Међународне уније за геодезију и геофизику (ИУГГ), везује се за одређену временску епоху и представља скуп нумеричких вредности параметара тела Земље. Систем се усваја за дужи временски период и генерално представља стандард за геодезију и друге сродне научне дисциплине. Одређивање и публикавање актуелних вредности система је у оквиру активности Међународне асоцијације за геодезију (ИАГ).

Заједничко за све референтне системе је претпоставка да су геоцентрични, да Z-оса коинцидира са осом Земљине ротације а да је правац X-осе у равни меридијана Гринича. Геодетски референтни систем заснован је на теорији нивоског елипсоида и први пут је примењен са ознаком 1924/30.

На генералном заседању ИУГГ одржаном у Мадриду 1924. године усвојен је елипсоид Хајфорда и придружен систему ГРС 1924/30.

На генералном заседању ИУГГ одржаном у Луцерну 1967. године постојећи систем ГРС 1924/30 замењен је новим Геодетским референтним системом 1967. Полуосе нивоског елипсоида ГРС67

In the General Assembly of IUGG in Canberra the Geodetic Reference System 1980 was introduced (GRS80), that is also based on the theory of geocentric reference ellipsoid, [3].

### 3.2 UTM projection

UTM projection (Universal Transverse Mercator Projection) was first adopted by USACE (United States Army Corps of Engineers) in 1947. With its adoption the conditions were created for the whole of Earth to be covered by a unified coordinate system with the limitations for polar areas for which the universal Polar Stereographic Projection (UPS) has been adopted.

UTM projection divides the Earth into 60 zones, each one covering the area of 6° degree geographic longitude. Meridian zones are divided into sub-zones.

UTM projection is a modified Gauss-Krüger projection with scale coefficient  $k_0=0,9996$  and max deformation of length of 40 cm along the central meridian. The coordinate start of UTM projection matches the cross-section of the central meridian and the Equator plane. Ellipsoid is divided into two hemispheres – northern and southern.

UTM projection was adopted by NATO alliance members and as such was defined by STANAG agreement 2211, [5].

### 3.3 Horizontal Reference System of the Republic of Serbia-HRS

Republic of Serbia belongs to the meridian zone 34 T with border meridians 19° E and 24° E. In the defined system 34T zone of UTM projection, ellipsoid GRS80 (HRS – Horizontal Reference System) it is necessary to define the coordinate of national survey of the Republic of Serbia. In HRS of the Republic of Serbia position of each point is determined with rectangle coordinates  $E, N$ . As the entire territory of Serbia is in the northern hemisphere, all the points shall have positive  $N$  values.

одређене су из астрогеодетских и гравиметријских опажања прикупљених широм Земљине површине и трансформисаних у јединствени систем. Геодетски референтни систем 1967 нашао је велику употребу у решавању многих научних проблема и успостављању геодетских мрежа.

На генералном заседању ИУГГ у Камбери уведен је Геодетски референтни систем 1980. (ГРС80), који је такође заснован на теорији геоцентричног нивоског елипсоида, [3].

### 3.2 УТМ пројекција

УТМ (Универзална попречна Меркаторова) пројекција је први пут је усвојена од стране УСАЦЕ (The United States Army Corps of Engineers), 1947. године. Њеним усвајањем створени су услови да цела Земља буде обухваћена једним координатним системом, уз ограничење за поларне области, за које је усвојена универзална поларна стереографска пројекција УПС (Universal Polar Stereographic). УТМ пројекција дели Земљу на 60 зона, свака зона обухвата подручје 6° степени географске дужине. Меридијанске зоне су подељене на подзоне.

УТМ пројекција је модификована Гаус-Кригера пројекција, са коефицијентом размере  $k_0=0,9996$  и максималном деформацијом од 40 см дуж централног меридијана. Координатни почетак УТМ пројекције поклапа се са пресеком централног меридијана и равни екватора. Елипсоид је подељен на две хемисфере, северну и јужну. УТМ пројекција је усвојена од стране држава чланица НАТО савеза и као таква дефинисана је у споразуму STANAG 2211, [5].



Therefore all points eastern of the central meridian will have the  $E$  coordinate higher than 500 km, and those west of the central meridian will have the  $E$  coordinate lower than 500 km.

#### 4. COMPARATIVE ANALYSIS OF SCS AND HRS

Comparative analysis of the existing State coordinate system (SCS) and the legislative solution from 2009 that defines the horizontal reference system (HRS) in the territory of the Republic of Serbia is shown in Table 1.

#### 3.3 Хоризонтални референтни систем Р.Србије-ХРС

Србија припада меридијанској зони 34Т са граничним меридијанима  $19^\circ$  Е и  $24^\circ$  Е. У дефинисаном систему 34Т зоне УТМ пројекције, елипсоида ГРС80 (ХРС-Хоризонтални Референтни Систем) потребно је одредити координате државног премера Републике Србије. У ХРС Републике Србије положај сваке тачке одређен је правоуглим координатама  $E$ ,  $N$ . Како је цела територија наше државе на северној хемисфери, то ће све тачке имати позитивне вредности  $N$ . Тако ће све тачке источно од централног меридијана имати  $E$  координату већу од 500 km, а тачке западно од централног меридијана имаће  $E$  координату мању од 500 km.

#### 4. УПОРЕДНИ ПРИКАЗ ДКС И ХРС

Упоредни приказ постојећег државног координатног система (ДКС) и законског решења од 2009, који дефинише хоризонтални референтни систем (ХРС) на територији Републике Србије дат је у Табели 1.

Табела 1 – Параметри ДКС и ХРС  
Table 1 – Parameters SCS and HRS

Референтни систем (Reference system)	ДКС (SCS)	ХРС (HRS)
Датум (Datum)	Херманнскогел	ETPC89
Елипсоид (Ellipsoid)	Бесел	ГРС80
Велика полуоса (Large semi-axis) $a$	6377397.155	6378137.000
Сплљоштеност (Flatness) $f$	$3.342773 \cdot 10^{-03}$	$3.3528107 \cdot 10^{-03}$
Пројекција (Projections)	Гаус-Кригер	УТМ
Централни меридијан (Central meridian)	$18^\circ$ и $21^\circ$	$21^\circ$
Врој зоне (Zone number)	6 и 7	34Т
Ширина зоне (Zone width)	$3^\circ$	$6^\circ$
Координатни почетак (Coordinate origin)	6 500 000 или 7 500 000 m	500 000 m
Размера дуж централног меридијана (Scale along the central meridian)	0,9999	0,9996

Based on Table 1 it can be noted that with the introduction of HRS resulted in a significant increase of the scale factor (length deformation) on the central meridian. Value and spatial distribution of length deformations for the territory of Serbia in the application of DKS and HRS can be viewed on the bases of the calculation of scale factor in the Transverse Merkator (Gauss- Krüger) projection, [4].:

$$k = k_0 \left[ 1 + (1 + C) \frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{2} \cos^2 \varphi + \dots \right] \quad (1)$$

$(\varphi, \lambda)$  - ellipsoid coordinates;

$\lambda_0$  - geodetic longitude of central meridian;

$k_0$  - Scale along the central meridian;

$C = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi$  auxiliary value;

$e^2 = 2f - f^2$  first numeric eccentricity;

Based on function (1) for given value of geodetic latitude  $\varphi$ , values of geodetic longitudes for points with equal values of scale factor  $k$  can be defined, i.e. equal values of length deformation :

На основу Табеле 1 може се уочити да је увођењем ХРС дошло до значајног повећања фактора размере (деформације дужина) на централном меридијану. Вредности и просторни распоред деформација дужина за територију Србије применом ДКС и ХРС могу се сагледати на основу израза за рачунање фактора размере код Попречне Меркаторове (Гаус-Кригерове) пројекције [4]:

$(\varphi, \lambda)$  - елипсоидне координате;

$\lambda_0$  - централни меридијан,

$k_0$  - Размера дуж централног меридијана;

$C = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi$  помоћна величина;

$e^2 = 2f - f^2$  први нумерички ексцентрицитет.

На основу израза (1), за задату вредност геодетске ширине  $\varphi$ , могу се дефинисати вредности геодетских дужина за тачке са једнаким вредностима фактора размере  $k$ , односно једнаким вредностима деформације дужина:

$$\lambda = \lambda_0 + \sqrt{\frac{2(k - k_0)}{k_0(1 + C)\cos^2 \varphi}} \quad (2)$$

SCS implied the use of two coordinate zones of Gauss-Krüger projection as the consequence of the fact that SCS was designed for the territory of former Yugoslavia.

Coordinate zone 6 includes a relatively narrow territory of Serbia along the western state border. Length deformation values at the major part of the territory are below 10 cm/km, except in a small part in far east of the country. Also, deformations of length of positive and negative prefix are evident, i.e. length deformation values span from -10 cm/km to +22.9 cm/km.

ДКС је подразумевао примену две координатне зоне Гаус-Кригерове пројекције, што је последица чињенице да је ДКС био дизајниран за територију бивше Југославије. Координатном зоном 6 обухваћен је релативно узак појас територије Србије уз западну државну границу. Вредности деформација дужине на највећем делу територије мање су од 10 cm/km, осим у веома малом делу на крајњем истоку земље. Такође заступљене су деформације дужина позитивног и негативног предзнака, односно вредности деформације



In the same way, HRS implies only one coordinate zone, which is a definite simplification in practical application. Length deformation values span from -40 to -4.7 cm/km. Therefore, one can note that the length deformations in the entire territory have minus value and in almost the entire territory of the country exceed 10 cm/km in their absolute value.

## 5. OPTIMAL SCALE PARAMETER FOR THE TERRITORY OF SERBIA

When performing large scale mapping (scale 1:5000 and larger) cartographic projections are usually selected so as to meet the following requirements:

1. Imaging should be conforming i.e. should have no deformation of shapes or objects in Earth surface.
2. Deformation of lengths i.e. scale changes should be brought to minimum. When designing SCS, the requirement is that the length deformity should be below 10 cm/km.
3. The territory of the country should be displayed in the minimum number of coordinate zones.

When analyzing the territory of Serbia, Traverse Mercator (Gauss-Krüger projection) is the preferred choice for the following reasons:

1. Relatively small territory that mainly stretches in the direction north-south i.e. by geodetic latitude.
2. Tradition of application of this projection for solving the problem of large scale mapping.

For these reasons, some other cartographic projections in this paper have not been elaborated upon. Also, the issue of geodetic datum and parameters of earth ellipsoid have not been considered, having in mind that ETRS89 as well as ellipsoid GRS80 have been widely accepted in all

дужина су у распону од -10 до +22,9 cm/km. На исти начин ХРС подразумева само једну координатну зону што свакако представља поједноста-вљење у пракричним применама. Вредности деформације крећу се у распону од -40 до -4.7 cm/km. Дакле, може се приметити да су деформације дужина на целој државној територији негативног предзнака и на готово читавој територији државе по апсолутној вредности веће од 10 cm/km.

## 5. ОПТИМАЛНИ ПАРАМЕТАР РАЗМЕРЕ ЗА ТЕРИТОРИЈУ СРБИЈЕ

За потребе крупноразмерног картирања (размере 1:5000 и крупније) картографске пројекције обично се бирају тако да:

1. Пресликавање буде конформно, односно, да нема деформације облика појава и објеката на Земљиној површи.
2. Да деформација дужина, односно, промена размере буде што мања. Приликом дизајнирања ДКС постављен је услов да деформација дужине буде мања од 10 cm/km.
3. Да државна територија буде представљена у што мањем броју координатних зона.

Када се разматра територија Србије као најпогоднија пројекција намеће се Попречна Меркаторова (Гаусс-Кригера) пројекција из следећих разлога:

1. Релативно мала територија која се углавном протеже по правцу север-југ односно по геодетској ширини.
2. Традиција примене ове пројекције за решавање проблема крупноразмерног картирања.

European countries which helps improve international cooperation.

As far as the scale parameters are concerned, their optimal value can be obtained by getting the overview of geographic characteristics of the national territory. The longitude half span of the projecting area can be obtained from the equation:

Из ових разлога неке друге картографске пројекције у овом раду нису разматране. Такође, није разматрано питање геодетског датума и праметара земљиног елипсоида, обзиром да је ЕТРС89 као и елипсоид ГРС80 општеприхваћен у свим европским земљама, што унапређује могућности међународне сарадње. Што се тиче параметра размере, његова оптимална вредност може се добити сагледавањем географских карактеристика државне територије. Наиме, ширина подручја пресликавања може се добити из израза:

$$L = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{2} \quad (3)$$

where  $\lambda_{\max}$  and  $\lambda_{\min}$  are the borderline meridians of the mapping area (state territory) while the optimum value of the geodetic length of the central meridian can be obtained from equation:

где су:  $\lambda_{\max}$  и  $\lambda_{\min}$  гранични меридијани подручја пресликавања (државне територије), док се оптимална вредност геодетске дужине централног меридијана може израчунати из израза:

$$\lambda_0^{opt} = \frac{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}}{2} \quad (4)$$

Upon defining the optimum central meridian and the width of the mapping area, the value of the optimum scale coefficient can be calculated.

По дефинисању оптималног централног меридијана и ширине подручја пресликавања може се израчунати вредност оптималног коефицијента размере.

$$k_0^{opt} = 2 - k_{\max} \quad (5)$$

$$k_{\max} = 2 - k_0^{opt} = k(\lambda_{\max}) = k(\lambda_{\min}) \quad (6)$$

scale parameter for borderline meridians of the mapping area. If equation (6) is combined with (1) following occurs:

параметар размере за граничне меридијане подручја пресликавања. Ако се израз (6) уврсти у (1) може се добити:

$$2 - k_{opt} = k_0^{opt} \left[ 1 + \frac{L^2}{2} \cos^2 \varphi_{sr} [1 + C(\varphi_{sr})] \right] \quad (7)$$

$$k_0^{opt} = \frac{2}{2 + \frac{L^2}{2} \cos^2 \varphi_{sr} [1 + C(\varphi_{sr})]} \quad (8)$$

$$\varphi_{sr} = \frac{\varphi_{max} + \varphi_{min}}{2} \quad (9)$$

average value of the geodetic length of the mapping area.

Territory of the Republic of Serbia is characterized by following values:

$$\varphi_{max} = 46^{\circ}11'; \lambda_{max} = 23^{\circ}01'$$

$$\varphi_{min} = 41^{\circ}47'; \lambda_{min} = 18^{\circ}49'$$

By applying equation (4) for the optimum central meridian the following value is obtained:

$$\lambda_0^{opt} = 20^{\circ}55' \approx 21^{\circ}, \text{ with average geodetic latitude of the territory of Serbia } \varphi_{sr} = 43^{\circ}59'.$$

It can subsequently be concluded that Serbia is ideally suited to the central meridian of geodetic longitude  $21^{\circ}$  which is otherwise characteristic for Gauss-Krüger and UTM projection. Equations (3), (8) and (9) result in  $k_0^{opt} = 0.999824$ .

For that assumption, longitudes of equal deformations are calculated and shown in Fig. 1.

Comparative analysis of linear deformations for SCS (coordinate zone 7), HRS and suggested optimum distribution of length deformations (modification HRS) is shown in Fig.2.

средња вредност геодетске ширине подручја пресликавања. Територија Србије карактеришу следеће вредности:

$$\varphi_{max} = 46^{\circ}11'; \lambda_{max} = 23^{\circ}01'$$

$$\varphi_{min} = 41^{\circ}47'; \lambda_{min} = 18^{\circ}49'$$

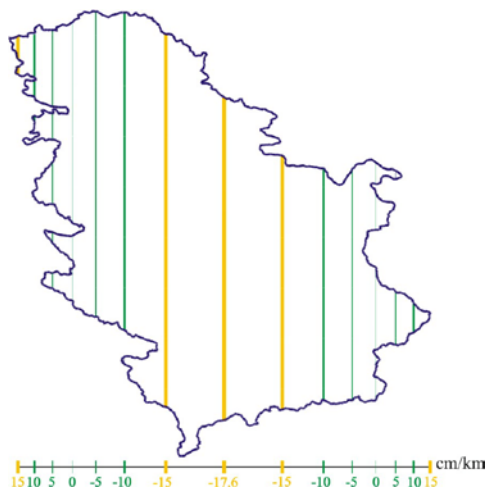
одакле се, применом израза (4), за оптимални централни меридијан подручја пресликавања добија:

$$\lambda_0^{opt} = 20^{\circ}55' \approx 21^{\circ}, \text{ док је средња геодетска ширина подручја Србије } \varphi_{sr} = 43^{\circ}59'.$$

Може се закључити да територији Србије скоро идеално одговара централни меридијан геодетске дужине  $21^{\circ}$  који је иначе карактеристичан за Гаусс-Крүгер-ову и УТМ пројекцију. На основу израза (3), (8) и (9) може се добити  $k_0^{opt} = 0.999824$ .

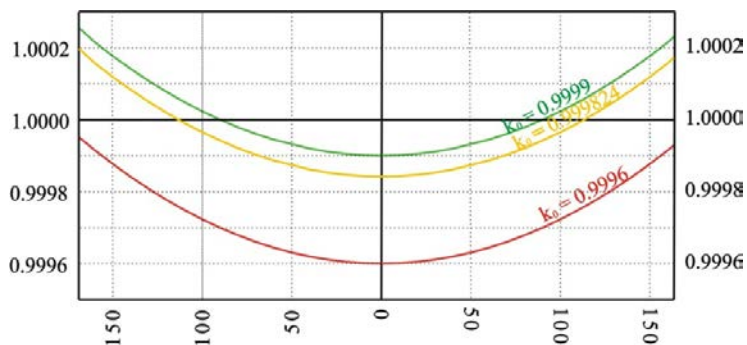
За тај предлог срачунате су лонгитуде једнаких деформација и приказане на слици 1.

Упоредни приказ линеарних деформација за ДКС (координатна зона 7), ХРС и предложени оптимални распоред деформација дужина (модификација ХРС) дат је на слици 2.



Слика 1. Деформације дужина на територији Србије применом  $k_0 = 0.999824$

Figure 1. – Length deformations in the territory of Serbia using  $k_0 = 0.999824$



Слика 2. – Упоредни приказ деформације дужина на територији Србије

Figure 2. – Comparative analysis of length deformations in the territory of Serbia

Табела 2 – Упоредни приказ ДКС и ХРС и предложене модификације ХРС  
Table 2 – Comparative analysis SCS and HRS and suggested modifications of HRS

	<b>DKS</b>	<b>HRS</b>	<b>Predloženo</b>
Елипсоид (Ellipsoid)	Bessel	GRS80	GRS80
Пројекција (Projection)	Gauss-Krüger	UTM	Попречна Меркаторова
Централни меридијан (the central meridian)	18°, 21°	21°	21°
Размера дуж централног меридијана (Scale along the central meridian)	0.9999	0.9996	0.999824
Деформација дужине [cm/km] (Length deformations)	max	22.9	17.7
	min	-10.0	-17.6

## 6. CONCLUSIONS

When selecting cartographic projections for official needs, special attentions should be paid to the following:

- Geographic position and shape of mapping territory,
- Linear scale and surface deformations and
- Provision of maintenance of the same projection in the system of cadastral maps which facilitates their use and enhancement. [1]

In line with the above criteria, the authors of this paper can conclude that with the adoption of ETRS89 for Spatial Reference System and ellipsoid GRS80 for mathematical model of Earth and horizontal reference system, Serbia will be joining and connecting with the European and international terrestrial reference systems.

That way the requirements of modern geodetic science and practice will be met, especially having in mind the fact that geodesy over the last 30 years has seen tremendous technological progress that would be impossible to keep up with without the change of geodetic reference systems.

International Association for Geodesy – European Reference Frame IAG-EUREF passed a resolution in 1990 on accepting ETRS89 for a unified reference system for the territory of Europe, thus inviting all European states to adopt ETRS89 as their spatial reference systems.

For that purpose, the Spatial Reference System for the Republic of Serbia was defined as a terrestrial three-dimensional coordinate system that by definition of coordinate start, orientation of coordinate axes, scale, length units and time evolution matches the European Terrestrial Reference System 1989, (ETRS 89).

In the segment pertaining to survey and cadaster and development of cadastral plans, the authors conclude that the introduction of UTM projection (with

## 6. ЗАКЉУЧАК

Приликом избора картографских пројекција за службене потребе, посебно треба водити рачуна о:

- географском положају и облику територије картирања,
- линеарној размери и површинским деформацијама и
- обезбедити одржавање исте пројекције у систему катастарских планова, што олакшава њихово коришћење и допуну садржаја. [1]

У складу са поменутим критеријумима аутори овог рада могу да закључе да се усвајањем ЕТРС89 за Просторни референтни систем и елипсоида ГРС80 за математички модел Земље и хоризонтални референтни систем, Србија укључује и повезује са европским и светским терестричким референтним системима.

На тај начин ће се задовољити савремене потребе геодетске науке и праксе, посебно имајући у виду чињеницу да је геодезија у последњих 30 година доживела велики технолошки напредак који је немогуће пратити без промене геодетских референтних система.

Међународна асоцијација за геодезију ИАГ-ЕУРЕФ донело је 1990. године резолуцију о прихватању ЕТРС89 за јединствени положајни референтни систем за подручје Европе. Чиме су позване све европске државе да за свој Просторни референтни систем усвоје ЕТРС89.

У том циљу дефинисан је Просторни референтни систем за Републику Србију као терестрички тродимензионални координатни систем који се по дефиницији координатног почетка, оријентацији координатних оса, размери, јединице дужине и временске еволуције, подудара са Европским терестричким референтним системом - Европан

coefficient  $k_0=0,9996$ ), has lead to the increase of surface deformation of cadastral maps. The adopted cartographic projection covers the entire territory of Serbia in a unified coordinate system but with the increase of deformation from existing -4.7 cm to -40 cm.

Having in mind the fact that the geographic position and shape of territory of Serbia is such that 21 meridian cuts through its theoretical center in longitudinal direction, it is only natural not to change it. What we would like to point out as a suggestion that should have been taken into consideration prior to the introduction of UTM projection is the following:

- Ellipsoid: GRS80
- Projection: Mercator transverse projection (G-K)
- Central meridian:  $21^\circ$
- Scale along the central meridian:  $k_0 = 0.999824$

For establishment of military and other forms of cooperation with NATO states it will be necessary to maintain STANAG 2215 standard [6]. Consequently, UTM projection use for the needs of the Armed Forces is justified.

Passing of the Resolution on Establishing and Introducing HRS in the Republic of Serbia was not preceded by development of a publication that would in one place collect all papers and justifications containing full information on the subject. The Resolution was published on the bases of the Law on State Survey and Cadaster from 2009. The Resolution defines the position of the points for the overall state survey and for other affiliates professions and other users of the country's data. Passing of the Resolution was just the first step in the transition to a new national reference system in the Republic of Serbia.

Implementation of new horizontal reference systems and cartographic projections into official use will be a

Террестриал Референце Систем 1989, (ETPC 89).

У делу који се односи на послове државног премера и израде катастарских планова, аутори закључују да је увођење УТМ пројекције (са коефицијентом  $k_0=0,9996$ ), довело до повећања површинских деформација катастарских планова. Усвојена картографска пројекција прекрива читаво подручје Републике Србије у јединственим координатним систему али са повећањем деформација са постојећих -4.7 cm на -40 cm.

Имајући у виду чињеницу да је географски положај и облик територије Републике Србије такав да 21 меридијан пролази скоро кроз теоријски центар у правцу лонгитуде, природно је да га не треба мењати. Оно што желимо да истакнемо као предлог, који је требало разматрати пре увођења УТМ пројекције је:

- Елипсоид: ГРС80
- Пројекција: Меркаторова попречна пројекција (Г-К)
- Централни меридијан:  $21^\circ$
- Размера дуж централног меридијана:  $k_0 = 0.999824$

За успоставе међусобне војне и друге сарадње са државама чланицама НАТО-а, нужно је поштовање стандарда СТАНАГ 2215 [6]. У складу са тим, за израду топографских карата Републике Србије и за потребе Оружаних снага оправдан је избор УТМ пројекције.

Доношењу Одлуке о утврђивању и увођењу ХРС Републике Србије није претходила израда публикације која би на једном месту објединила радове и разлоге који садрже потпуне информације о томе. Одлука је објављена на основи Закона о државном премеру и катастру из 2009. године. Том одлуком дефинише се положај тачке за целокупни државни премер, али и за друге сродне струке и друге кориснике наших података. Доношење Одлуке само је први корак у прелазу на нови



lengthy process that requires joint elaboration, verification and resolution of a range of various activities and tasks. It is certain that a large segment of the costs for introduction of new reference system will pertain to the costs of training and education. The transitions between coordinates of the newly introduced cartographic projections should be resolved by formulas for internal transformation through publication of relevant rule books and other technical literature.

државни референтни систем Републике Србије. Имплементација нових хоризонталних референтних система и картографских пројекција у службену употребу биће врло дуготрајан процес, који захтева заједничку разраду, проверу и решавање целог низа различитих активности и задатака. Свакако велики део трошкова увођења нових референтних система односи се на трошкове едукације. Прелаз између координата новоуведених картографских пројекција треба решити формулама за међусобну трансформацију кроз публикавање одговарајућих правилника и остале техничке литературе.

## REFERENCES

- [1] Borisov, M., Govedarica, M., Petrović, V., (2011). Kartografske konusne projekcije i njihova primena u državnoj kartografiji. . *Glasnik srpskog geografskog društva, XCI (4)*, 183-195.
- [2] Јовановић, В. (1983). Математичка картографија, Научна књига, Београд..
- [3] Moritz, H. (1980.). Geodetic reference system 1980. *Bull. Geod.*, 54, 395–405.
- [4] Snyder, J. P. (1987). *Map Projections – A Working Manual. U.S. Geological Survey Professional Paper 1395*. United States Government Printing Office, Washington, D.C.
- [5] STANAG 2211, Geodetic Datums, Projections, Grids and Grid References, North Atlantic Treaty Organization, Military Agency for Standardization, Edition 6, 2000.
- [6] Zakonska regulativa, <http://www.rgz.gov.rs/dokumenta/zakoni>