

# НЕЛИНЕАРНА АНАЛИЗА АРМИРАНО БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА У ПРОГРАМСКОМ ПАКЕТУ ABAQUS

Немања Марковић<sup>1</sup>  
Драгослав Стојић<sup>2</sup>  
Радован Цветковић<sup>3</sup>

УДК: 624.04 : 004.4ABAQUS  
DOI:10.14415/zbornikGFS26.05

**Резиме:** Армирани бетон (АБ) карактерише изражена нехомогеност која је последица материјалних карактеристика бетона, затим, квази-кртог понашања приликом лома. Ови као и други феномени изискују увођење материјалне нелинеарности приликом моделирања АБ конструкција. У овом раду се приказују начини моделирања АБ у софтверском пакету ABAQUS. Приказан је кратки теоријски преглед метода као што су: Concrete Damage Plasticity (CDP), Concrete Smeard Cracking (CSC), Cap Plasticity (CP) и Drucker-Prager model (DPM). Урађена је нелинеарна анализа двоспратног скелетног армирано бетонског рама примењујући методу CDP за моделирање материјалне нелинеарности бетона. Анализиране су зоне настанка оштећења, пропација оштећења при повећању оптерећења као и однос угиба са нанетим оптерећењем.

**Кључне речи:** Метод коначних елемената, армирани бетон, пропација прслена, моделирање, Concrete Damage Plasticity

## 1. УВОД

Од 1970-их година, анализа армирано бетонских конструкција помоћу програма на бази методе коначних елемената (МКЕ), доживљава константни успон. Урађен је велики број истраживања и развијене су методе којима се може симулирати понашање армираног бетона, међутим, због своје изразите нелинеарности, још увек не постоји савршени модел који може потпуно реално да узме у обзир све феномене понашања АБ конструкција.

Последњих десетак година, са развојем капацитета компјутера, створили су се услови за извођење веома захтевних и комплексних анализа како армирано бетонских конструкција тако и других конструкција и проблема. Комплексност моделирања АБ заснива се на више феномена као што су нелинеарни однос напон-

<sup>1</sup> Немања Марковић, дипл.инж. грађ., Универзитет у Нишу, Грађевинско-архитектонски факултет у Нишу, Александра Медведева 14, Ниш, Србија, e-mail: nemanja.markovic@gaf.ni.ac.rs

<sup>2</sup> Проф. др Драгослав Стојић, дипл. грађ. инж., Универзитет у Нишу, Грађевинско-архитектонски факултет у Нишу, Александра Медведева 14, Ниш, Србија.

<sup>3</sup> Мр Радован Цветковић, дипл. грађ. инж., Универзитет у Нишу, Грађевинско-архитектонски факултет у Нишу, Александра Медведева 14, Ниш, Србија.

дилатација, анизотропна редукција крутости, пропација прслина у затегнутој зони бетона, комплексност контакта арматуре и бетона као и понашање бетона кроз време [1]. Постоји више софтверских МКЕ програма који могу да ураде нелинеарну анализу АБ, као што су ABAQUS, ANSYS, ADINA итд., међутим, сви ови програми немају аутоматску функцију нелинеарне анализе АБ већ аутор модела мора самостално да уради креирање материјализације.

Нелинеарна анализа армирано бетонских греда ојачаних ФРП тракама у програмском пакету ABAQUS приказане су у радовима [2], [3]. Развој прслина код класичних армирано бетонских греда анализирано је и приказано у радовима [4], [5]. Модели нелинеарне анализе АБ, такође, могу да анализирају развој прслина услед смицања[6] као и оштећења настала код АБ стубова [7]. Софтверска анализа ударног оптерећења на АБ плоче као и развој прслина и пропација таласа услед поменутог оптерећења приказани су у раду [8]. Развој прслина и оштећења код АБ конструкције нуклеарног реактора изазваног унутрашњим притиском примењујући *CDP* модел приказано је у раду [9]. Ово су само поједина истраживања моделирања нелинеарног понашања бетона која су у директној вези са овим радом. Као што се може закључити из наведених радова, данашњи софтверски програми и капацитети рачунара пружају веома велики простор за нумеричко моделирање различитих феномена који се јављају код армирано бетонских конструкција.

## 2. МЕТОДЕ ЗА НЕЛИНЕАРНО МОДЕЛИРАЊЕ АБ

Приликом нелинеарне анализе и моделирања армираног бетона кључну улогу има исправно дефинисана материјализација модела. Постоји велики број начина дефинисања АБ у МКЕ програмима при чему ће у овом раду бити приказани дуктилни модели (*CP* и *DPM*) и модела по принципу кртог лома бетона (*CDP* и *CSC*).

### 2.1. Concrete damage plasticity (CDP)

*CDP* модел пружа могућност моделирања бетона али и других врста квази-кртих материјала у свим облицима структура као што су греде, штапови, љуске или тродимензионални елементи. Овај модел користи комбинацију појаве пластичности при затезању и притиску како би симулирао нееластично понашање бетона. Погодан је за моделирање армираног бетона оптерећеног статичким оптерећењем али и динамичким или цикличним оптерећењем. Два главна механизма лома су прслине настале при затезању и пуцање бетона при притиску. Понашање АБ пресека у испуцалом стању изражава се помоћу две скаларне променљиве  $d_t$  и  $d_c$  које утичу на промену еластичне крутости пресека, и које су у функцији од температуре ( $\theta$ ), пластичне дилатације ( $\tilde{\epsilon}_i^{pl}$ ) и других променљивих ( $f_i$ ) [10].

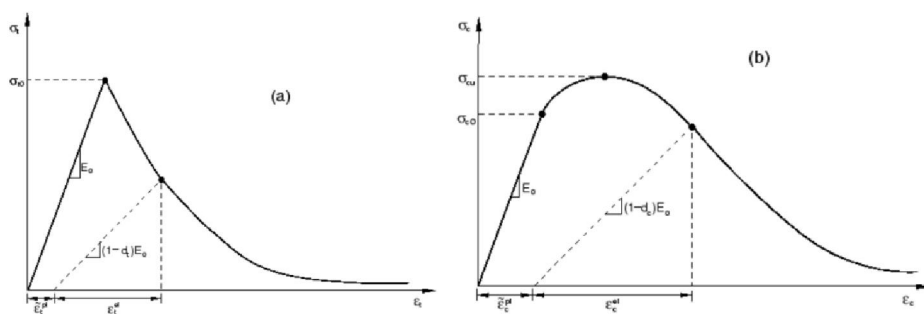
$$d_i = d_i(\tilde{\epsilon}_i^{pl}, \theta, f_i); \quad 0 \leq d_i \leq 1, \quad (1)$$

$$d_c = d_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}, \theta, f_t); \quad 0 \leq d_c \leq 1, \quad (2)$$

Скаларне променљиве имају вредност од 0 за неоштећени АБ пресек до 1 приликом потпуног отказивања носивости пресека. Веза напон-дилатација при аксијалном затезању и притиску узимајући у обзир редукцију еластичне крутости пресека је:

$$\sigma_t = (1 - d_t) E_0 (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (3)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) E_0 (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (4)$$



Слика 1. а) Понашање бетона при аксијалном затезању, б) понашање бетона при аксијалном притиску

## 2.2. Concrete smeared cracking (CSC)

Модел је погодан за моделирање армираног бетона при статичком или монотонном динамичком оптерећењу и релативно малим напрезањима при притиску (негде до петине притисне чврстоће бетона). Главни механизам лома су прслине настале при затезању. Арматуру је погодно моделирати као једно димензионалне штапасте елементе са пластификацијом челика. Концепт модела је „smeard“, односно модел нема могућност праћења развоја индивидуалних макро прслина већ даје зону у којој настају прслине.

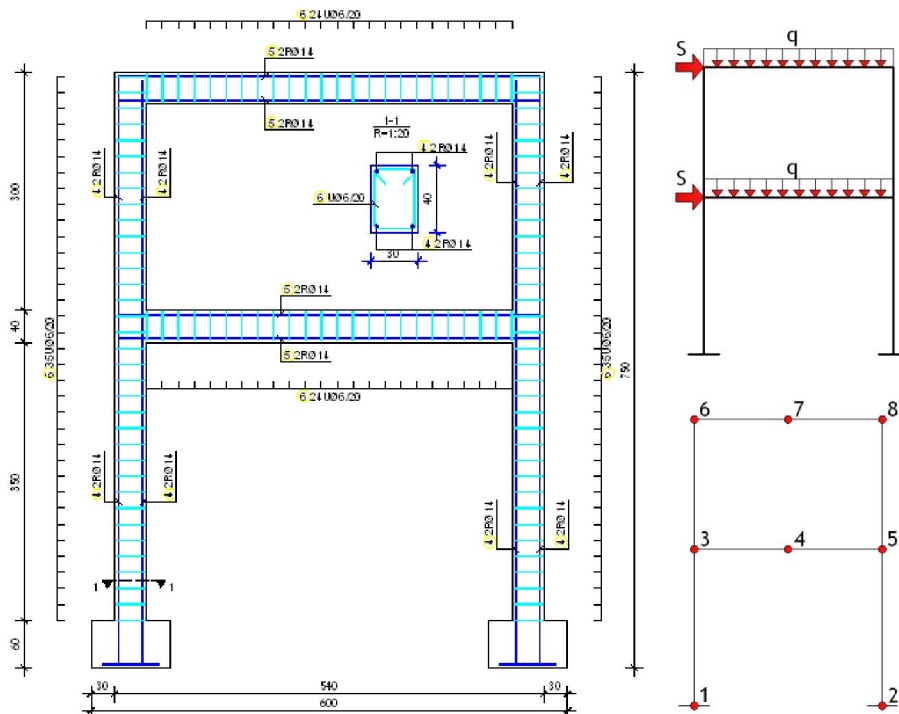
## 2.3. Drucker-Prager модел и Cap plasticity (CP)

Ови модели се углавном користе за моделирање стена или сличних материјала који имају промену течења у зависности од притиска (крти материјали који не могу да носе затезање или могу веома мале интензитета). Постоји могућност дефинисања течења материјала при временској анализи структуре. Углавном је предвиђен за анализу материјала при монотonoј промени спољашњег оптерећења. Могу се користити са другим моделима оштећења на основу кога се могу дефинисати критеријуми промене еластичне крутости у зависности од дилатација као и уклањање коначних елемената у моделу за оштећене делове структуре.

### 3. КАРАКТЕРИСТИКЕ АБ РАМА

#### 3.1. Геометријске карактеристике

Армирано бетонски рам висине 7.5m и ширине 5.0m ослоњен на два темеља самца је усвојен као пример приказивања CDP методе. Стубови и греде су истих димензија 30/40cm армирани са 2 $\phi$ 14 у горњој и доњој зони и узенгијама  $\phi$ 6/20cm. Темљеи самци су димензија д/ш/в=100/30/60cm. Урађено је укупно десет модела и праћене су деформација као и настанак и пропација оштећења. Оптерећење је нането на АБ рам у виду две концентрисане хоризонталне силе у чворовима 3 и 6 и вертикалног једнако подељеног оптерећења на гредама рама. Промена оптерећења за анализирани моделе рама приказана је у Табели 1.



Слика 1. Армирано бетонски рам – приказ геометрије, оптерећења и чворова

Concrete Damage Plasticity (CDP) је коришћен за дефинисање материјализације бетона у програмском пакету ABAQUS. Запреминска тежина бетона усвојена је 2400kg/m<sup>3</sup>, Јоунгов модул еластичности 30 GPa и Поасонов коефицијент је 0,2. Чврстоћа бетона при притиску износи 37.5 MPa а чврстоћа бетона при затезању 3.5 MPa. Табеларно је дефинисан радни дијаграм бетона при притиску и затезању. Скаларне променљиве  $d_t$  и  $d_c$  дефинисане су у зависности од промене дилатације

у бетону. Classical Metal Plasticity (CMP) модел је коришћен за дефинисање материјализације арматурних шипки АБ рама. Коришћене су следеће вредности еластичних карактеристика челика: запреминска тежина челика  $7850\text{kg/m}^3$ , Јоунгов модул еластичности 210 GPa Поасонов коефицијент је 0,3. Чврстоћа челика при затезању износи 580 Мра.

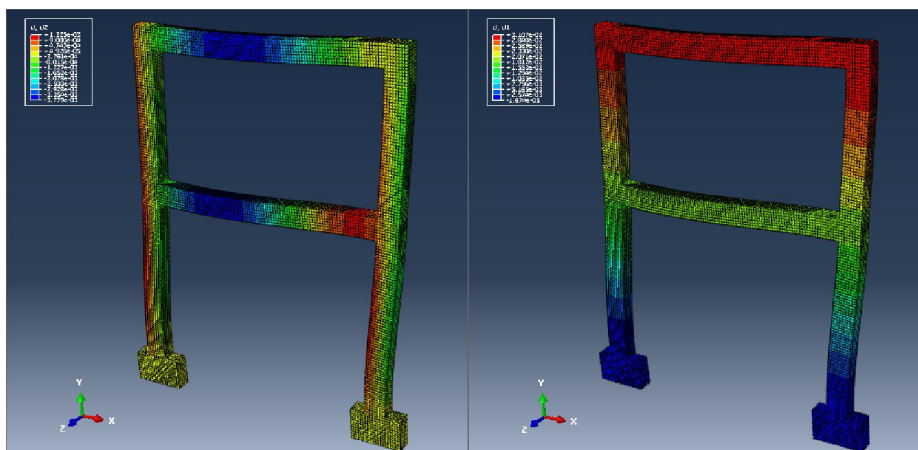
Табела 1. Модели, интензитети спољашњих оптерећења и хоризонтална и вертикална померања

Модел	Хоризонтално оптерећење [kN]	Вертикално оптерећење [kN/m]	Вер. пом. чвора 7 [mm]	Хор. Пом. чвора 8 [mm]
<b>А</b>	10	12	0.754	2.498
<b>Б</b>	10	20	1.247	2.552
<b>В</b>	10	28	1.750	2.653
<b>Г</b>	20	32	2.050	5.295
<b>Д</b>	40	36	2.392	10.730
<b>Ђ</b>	60	40	2.766	14.070
<b>Е</b>	80	44	3.296	23.880
<b>И</b>	100	48	3.779	31.070
<b>Ј</b>	150	48	4.737	48.590
<b>М</b>	200	48	5.840	67.150

Коначни елемент C3D8R осмочворни линеарни тродимензионални коначни елемент са редукованом интеграцијом је коришћен за моделирање бетона. Арматура је моделирана као „embedded elements“ у околној бетонској структури. За арматуру је коришћен Т3D2 – А2 двочворни линеарни штапасти KE у простору са попречним пресеком у зависности од пречника арматуре. Приликом прорачуна модела коришћена је паралелизација којом су активирани сва четири процесора доступна на рачунару који смо користили. Трајање прорачуна није било дуже од 30 секунди у зависности од модела, што показује веома велику ефикасност модела.

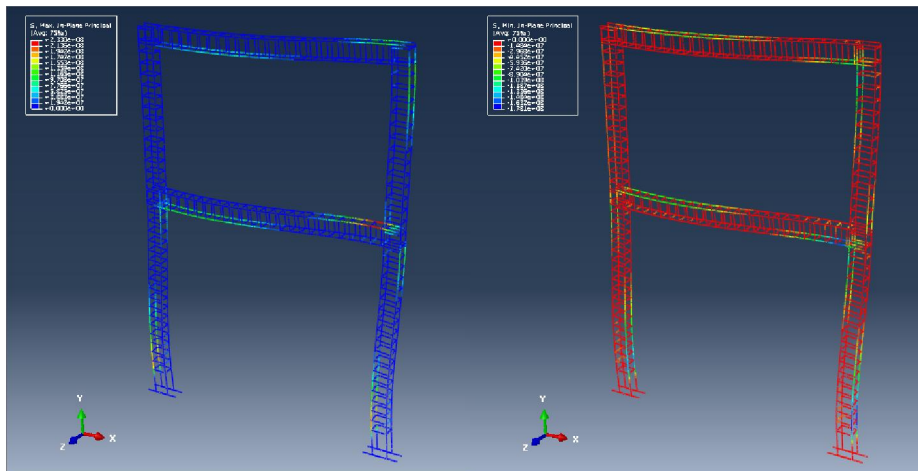
#### 4. РЕЗУЛТАТИ МОДЕЛИРАЊА

Главни циљ рада јесте праћење настанка и пропагације оштећења са променом спољашњих утицаја који су нанети на рам. На Слици 2 приказана су вертикална и хоризонтална померања услед спољашњег оптерећења у виду концентрисаних сила у зони споја греде и стуба у вредности од 100 kN, односно вертикалног једнакоподељеног оптерећења интензитета 48 kN/m. У табели 1 приказане су вредности хоризонталног и вертикалног померања у зависности од оптерећења. На слици 2 приказане су деформације увећане 20 пута ради боље визуелне демонстрације.



Слика 2. лево: вертикална померања модела *I*; десно: хоризонтално померање модела *I*

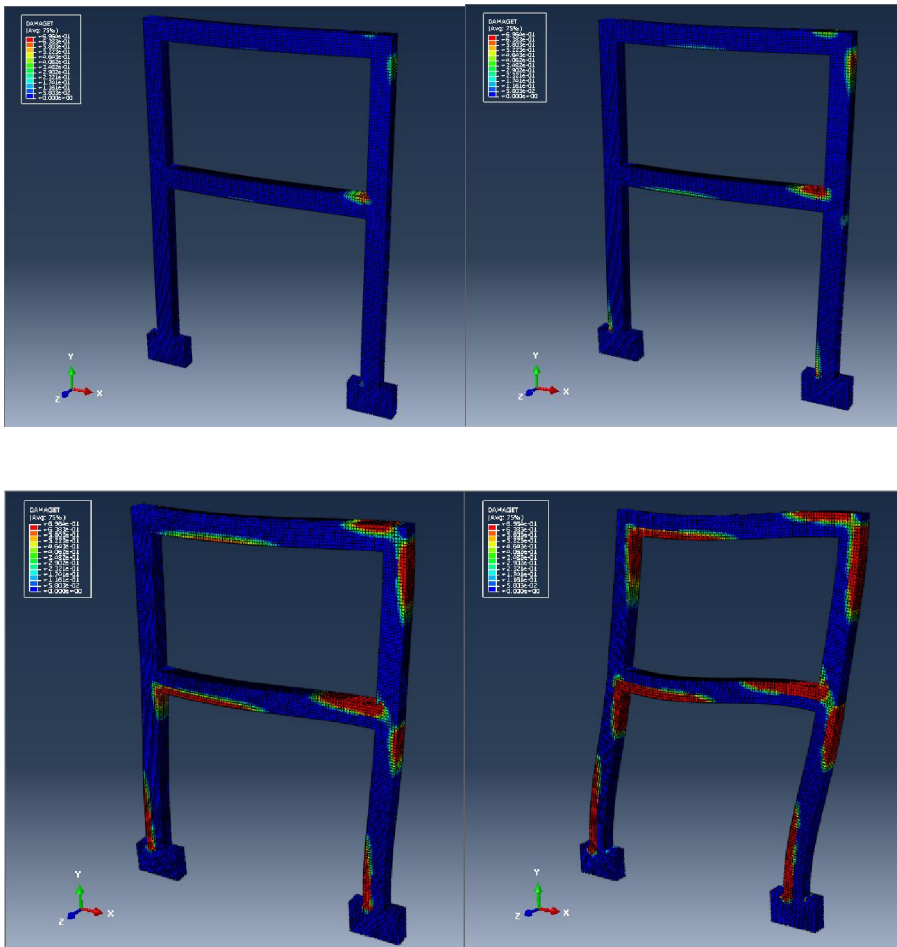
На слици 5 приказани су максимални и минимални напони у арматурним шипкама за модел *I*. Као што је се могло очекивати, највеће напрезање јавило се на месту везе стубова са темељем самцем као и у десном чвору везе греде са стубом. На тим местима су настале и прве прелине у бетону. У овом моделу арматура још увек се понаша у зони еластичности, односно није дошло до пластификације пресека.



Слика 4. лево: максимални напони у арматури модела *I*; десно: минимални напони у арматури модела *I*

Анализа настанка и пропагације прелина у армирано бетонском раму приказана је на Слици 5. Може се видети да су прве прелине настале у чвору 5 и 8 као и на месту везе стубова са темељима у чворовима 1 и 2 са затегнутих страна. На Слици 5 (горе лево) још увек не постоје значајна оштећења настала услед вертикалног

оптерећења (32 kN/m) у доњој зони греде, док на Слици 5 (горе десно) са повећањем експлационог једнакоподељеног вертикалног оптерећења (36 kN/m) долази до пропагације прслина у поменутој зони. Такође, већ настале прслине у другим чворовима настављају да се проширују. На Слици 5 (доле лево) приказане су зоне прслина модела И који је претрпео озбиљна оштећења. На моделу се већ могу видети и значајне деформације (приказане слике увећавају деформацију 20 пута ради бољег визуелног прегледа). Зоне прслина модела М приказане су на Слици 5 (доле десно) где се може запазити потпуно оштећење армирано бетонског рама. У овом моделу дошло је и до пластификације арматуре у најоптерећенијим чворовима (чвор 1 и 2 са леве стране и чвор 5 са горње стране греде) као и до оштећења бетона у притиснутој зони чвора 1 и 2 на вези стубова са темељима.



Слика 5. горе лево: оштећења (прслине) у затегнутој зони модела Г; горе десно: оштећења у затегнутој зони модела Д; доле лево: оштећења у затегнутој зони модела И; доле десно: оштећења у затегнутој зони модела М

Табела 2. Опис оштећења конструкције у зависности од анализираних модела

Модел	Опис оштећења конструкције
<b>А</b>	Прва прслина се јавља у горњој зони греде на месту везе са стубом у чвору 5. Стубови су још увек неоштећени а рам је доживео незнатна померања.
<b>Б</b>	Није дошло до значајног повећања прслина, и даље у чвору 5 постоји незнатна појава прслина. Пошто је у овом моделу повећано само вертикално оптерећење због тога је и угиб чвора 4 и 7 значајно повећан.
<b>В</b>	Долази до даљег пропагирања прслина у чвору 5 али почиње да се јављају прслине у чвору 8 са спољашње стране. Хоризонтална померања се врло мало повећавају али вертикални угиби греда се знатно увећавају.
<b>Г</b>	Почињу да се јављају прве прслине у новим зонама рама. У доњој зони на средини греда нешто ближе левом стубу почињу да се јављају прве прслине, као и у доњим зонама стубова у чворовима 1 и 2 у затегнутим зонама. У чвору 8 осим прслина у спољашњем делу стуба јављају се и прслине у горњем делу греде на месту везе са стубом.
<b>Д</b>	Долази до даље пропагације прслина у зонама поменутих у моделу Г. У чвору 5 са спољашње стране стуба почињу да се јављају прве прслине. Хоризонтална померања рама су се знатно повећала док угиби незнатно расту.
<b>Ђ</b>	Нема нових зона настанка прслина, само се повећавају постојеће. Оштећење бетона у притиснутој зони још увек не постоји и челик није доживео пластификацију. И даље се повећавају померања рама.
<b>Е</b>	АБ рам је доживео веома велика оштећења. Хоризонтална померања се знатно повећавају, а прслине у доњим зонама стубова се увећавају.
<b>И</b>	У моделу још увек нема оштећења бетона у притиснутој зони. Прслине услед затезања се и даље проширују у зонама описаним у претходним моделима. Померања се повећавају а арматура још увек није доживела пластификацију пресека.
<b>Ј</b>	Рам је доживео веома велика оштећења у доњим деловима стуба где је и дошло до првих оштећења бетона у притиснутој зони. Арматурне шипке почеле су да се пластификују у горњој зони греде чвора 5. Хоризонтална и вертикална померања се драстично увећавају.
<b>М</b>	Челичне шипке се пластификују у доњим зонама стубова, бетон је у потпуности испуцао и хоризонтална померања су изузетно велика.



## 5. ЗАКЉУЧАК

Модерни софтверски програми на бази МКЕ уз правилно коришћење и одлично познавање проблема који се моделира дају могућност квалитетнијег и комплекснијег анализирања феномена који се јављају у конструкцијама. У раду су приказани модели за нелинеарну анализу АБ, при чему је урађен детаљни приказ Concrete Damage Plasticity (CDP) модела на АБ раму. Прслине настале при затезању бетона као и пуцање бетона у притиснутој зони су два главна механизма лома овог модела. На основу редукције еластичне крутости модел узима у обзир нелинеарно понашање армираног бетона. У раду је приказано десет модела на којима је праћен настанак прслина и њихова даља пропација, као и промена померања у зависности од оптерећења. На основу приказаног модела може се закључити да је могуће у МКЕ програму ABAQUS урадити нелинеарну анализу армираног бетонске конструкције.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] M. Nz M. Nazem, I. Rahimani, M. Rezaee-Pajand: Nonlinear FE Analysis of Reinforced Concrete Structures Using a Tresca-Type yield Surface. *Scientica Iranica*, **2009.**, vol. 16, бр. 6, стр. 512-519.
- [2] Hsuan-Teh Hu, Fu-Ming Lin, Yih-Yuan Jan: Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beams strengthened by fiber-reinforced plasticity. *Composite Structures*, **2004.**, vol. 63, стр. 271-281.
- [3] G.M. Chen, J.G. Teng, J.F. Chen, O.A. Rosenboom: Finite element model for intermediate crack debonding in RC beams strengthened with externally bonded FRP reinforcement. *Fourth International Conference FRP Composites in Civil Engineering (CICE2008)*, **2008.**, Zurich, Switzerland.
- [4] Hamid Sinaei, Mahdi Shariati, Amir Hosein Abna, Mohammad Aghaei, Ali Shariati: Evaluation of reinforced concrete beam behaviour using finite element analysis by ABAQUS. *Scientific Research and Essays*, **2012.**, vol. 7, бр. 21, стр. 2002-2008.
- [5] S.V. Chaudhari, M.A. Chakrabarti: Modeling of concrete for nonlinear analysis Using Finite Element Code ABAQUS. *International Journal of Computer Applications*, **2012.**, vol. 4, бр. 7, стр. 14-18.
- [6] V. Birtel, P. Mark: Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure. *ABAQUS Users' Conference*, **2006.**
- [7] Uwe Starossek, Nabil Falah, Thomas Lohning: Numerical Analysis of the Force Transfer in Concrete-Filled Steel Tube Columns. *The 4th International Conference on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM 2008)*, **2008.**, Jeju, Kores, стр. 2651-2666.
- [8] Shahrul Niza Mokhatar, Redzuan Abdullah: Computational Analysis of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Impact Loads. *International Journal of Integrated Engineering*, **2012.**, vol. 4, бр. 2, стр. 70-76.

- [9] Sourav Basak, D.K. Paul: Damage Evaluation of a RCC Containment Structure Subjected to Internal Pressure. *International Journal of Engineering Science and Technology*, **2012.**, vol. 4, 6p. 6, стр. 2823-2829.
- [10] Documentation for ABAQUS 6.9 EF2 (2009).

## **NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES USING SOFTWARE PACKAGE ABAQUS**

**Summary:** Reinforced concrete (RC) is characterized by huge inhomogeneity resulting from the material characteristics of the concrete, then, quasi-brittle behavior during failure. These and other phenomena require the introduction of material nonlinearity in the modeling of reinforced concrete structures. This paper presents the modeling reinforced concrete in the software package ABAQUS. A brief theoretical overview is presented of methods such as: Concrete Damage Plasticity (CDP), Smearred Concrete Cracking (SCC), Cap Plasticity (CP) and Drucker-Prager model (DPM). We performed a nonlinear analysis of two-storey reinforced concrete frame by applying CDP method for modeling material nonlinearity of concrete. We have analyzed damage zones, crack propagation and loading-deflection ratio.

**Keywords:** Finite element method, reinforced concrete, crack propagation, modeling, Concrete Damage Plasticity