

# **ANALIZA UTICAJA "DUBINE" POLIEDARSKE LJUSKE NA PRESEČNE SILE I POMERANJA**

Danica Goleš<sup>1</sup>,  
Dragan Milašinović<sup>2</sup>

UDK: 624.074.43:531.211/213

**Rezime:** Analiza uticaja oblika poprečnog preseka armiranobetonske prizmatične poliedarske lјuske raspona  $L=20m$  na dijagrame presečnih sila i pomeranja sprovedena je primenom metoda konačnih traka. U radu je dat prikaz i komentar dobijenih dijagrama pomeranja, obrtanja, presečnih sila, momenata i napona. Izbor optimalnog poprečnog preseka može se izvršiti na osnovu poređenja ovih dijagrama za lјuske različite "dubine". Analizom dobijenih dijagrama zaključuje se da pri izboru oblika poprečnog preseka prizmatične poliedarske lјuske treba izbegavati suviše "plitke" preseke. Povoljan oblik poprečnog preseka dobija se postavljanjem pojedinih ploča poliedra pod takvim nagibom da se postigne što veća sličnost sa odgovarajućom cilindričnom lјuskom.

**Ključne reči:** Poliedarske lјuske, metod konačnih traka, dubina lјuske, armirani beton

## **1. UVOD**

Poliedarske lјuske su nastale kao rezultat težnje da se formiraju konstrukcije velike prostorne krutosti, sposobne da savladaju izuzetno velike raspone, uz što manji utrošak materijala. Armiranobetonske prizmatične poliedarske lјuske, primenjene za izradu krovnih konstrukcija, istovremeno vrše funkciju krovnog pokrivača i krovnog nosača značajne prostorne krutosti, što ih može učiniti ekonomski prihvatljivijim od nekih drugih konstruktivnih rešenja. Oblik poprečnog preseka ovih konstrukcija može biti diktiran nizom faktora (rešavanje osvetljenja, vođenje instalacija, širina lјuske, estetski zahtevi i dr.). Izbor nagiba ploča poliedra zavisi, između ostalog, od načina ugradnje betona. Tako se kod izvođenja na licu mesta, klasičnim betonom, ne preporučuje nagib pojedinačnih ploča poliedra veći od  $45^{\circ}$ , kako bi se izbegla potreba za obostranom oplatom. Najčešće se izvode ploče nagiba do  $30^{\circ}$ , čime se olakšava ugradnja betona. U cilju smanjenja sopstvene težine konstrukcije, debljina ploča koje čine polieder svodi se na najmanju moguću meru, određenu iz uslova pravilnog smeštaja armature u preseku, i kreće se u granicama između 5 i 10cm. Ovo se odražava i na maksimalnu širinu

---

<sup>1</sup> Asistent dr Danica Goleš, dipl inž grad., Građevinski fakultet Subotica, Kozaračka 2a, tel: 554-300, e -mail: [dgoles@gf.uns.ac.rs](mailto:dgoles@gf.uns.ac.rs)

<sup>2</sup> Prof. dr Dragan D. Milašinović, dipl inž grad., Građevinski fakultet Subotica, Kozaračka 2a, tel: 554-300, e -mail: [ddmil@gf.uns.ac.rs](mailto:ddmil@gf.uns.ac.rs)

pojedinačnih ploča poliedra, koja najčešće ne prelazi 3.0 do 3.5m. Širina jednog talasa poliedarske ljske se obično kreće u granicama  $B=10\text{-}12\text{m}$ .

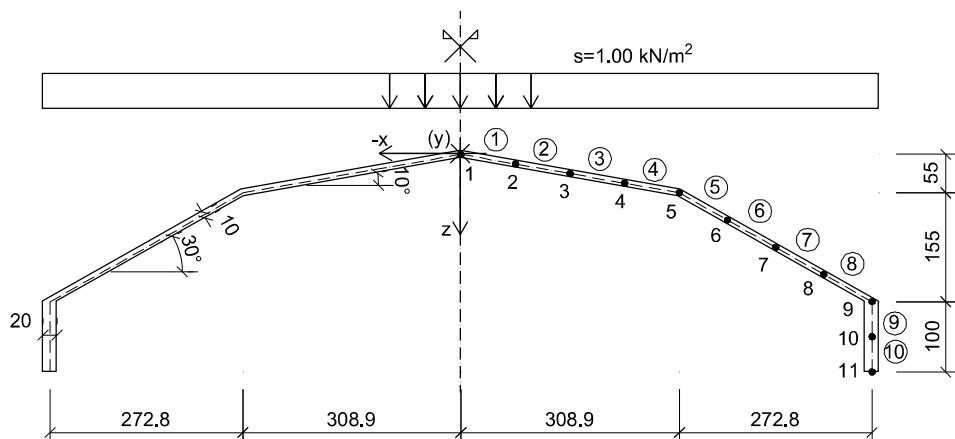
Oblik poprečnog preseka armiranobetonske prizmatične poliedarske ljske se, dakle, određuje prema tehnološkim, konstruktivnim, arhitektonskim i drugim zahtevima. Dimenzije i nagib pojedinih elemenata ovako oblikovane konstrukcije treba odrediti na osnovu analize nekoliko varijantnih rešenja. Prvi korak u ovoj analizi je određivanje i poređenje dijagrama pomeranja, obrtanja, presečnih sila i napona za odabранe poprečne preseke.

U radu [1] je, primenom metoda konačnih traka (MKT), izvršena linearno elastična analiza u slučaju malih pomeranja armiranobetonske prizmatične poliedarske ljske raspona  $L=20\text{m}$ , za četiri različita poprečna preseka. U ovom radu su prikazani i komentarisani rezultati analize.

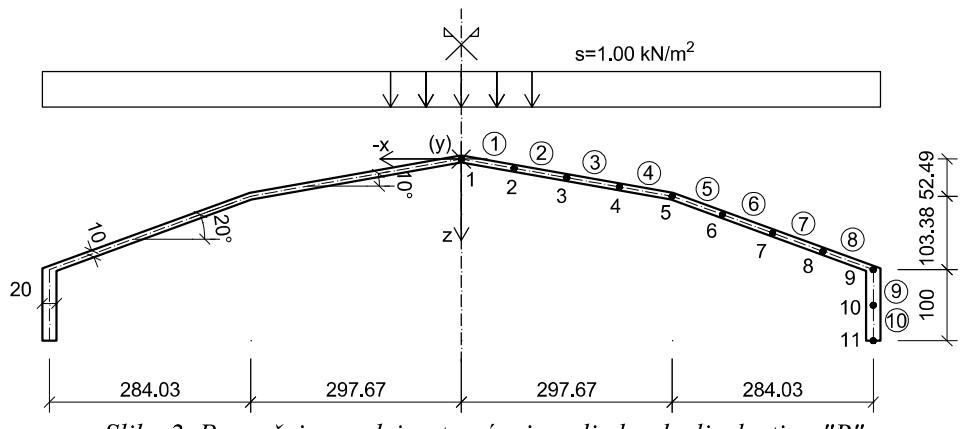
## 2. OPIS PREDMETA I METODA ANALIZE

Predmet analize je armiranobetonska prizmatična poliedarska ljska raspona  $L=20\text{m}$ , ukupne širine  $B=11.6\text{m}$ . Dimenzije poprečnog preseka ivične grede su  $b/d=20/100\text{cm}$ , dok je debljina ploča ljske  $d_p=10\text{cm}$ . Konstrukcija je opterećena stalnim opterećenjem: sopstvenom težinom  $g$  i težinom obloge nagnutih ploča, intenziteta  $\Delta g=0.5\text{kN/m}^2$ , kao i opterećenjem snegom, intenziteta  $s=1.0\text{kN/m}^2$ . Poliedarska ljska se na svojim krajevima ( $y=0$  i  $y=20\text{m}$ ) oslanja na armiranobetonske dijafragme krute u svojoj ravni. Konstrukcija je od betona MB 45 (C35/45), sa armaturom RA 400/500-2. Analizirana su četiri različita poprečna presek ljske (sl. 1 do 4).

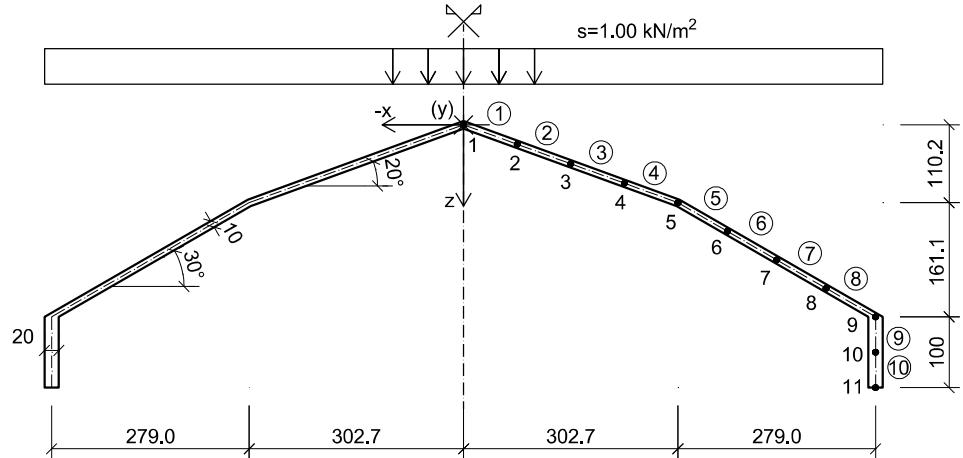
Analiza konstrukcije je sprovedena primenom računarskog programa MKTE1, autora D. D. Milašinovića [2], za sto članova reda. Iskorišćena je simetrija geometrije, uslova oslanjanja i opterećenja, pa je numerička analiza sprovedena samo za polovicu nosača. Mreža konačnih traka (ukupno 10), njihove označbe i označbe čvornih linija, kao i orijentacija globalnog koordinatnog sistema, prikazane su na slikama 1 do 4. Trake su na krajevima slobodno oslonjene, a svaka ima po osam stepeni slobode kretanja. Usvojene su sledeće elastične karakteristike materijala: modul elastičnosti  $E=34\text{GPa}$  i Poisson-ov koeficijent  $v=0$ .



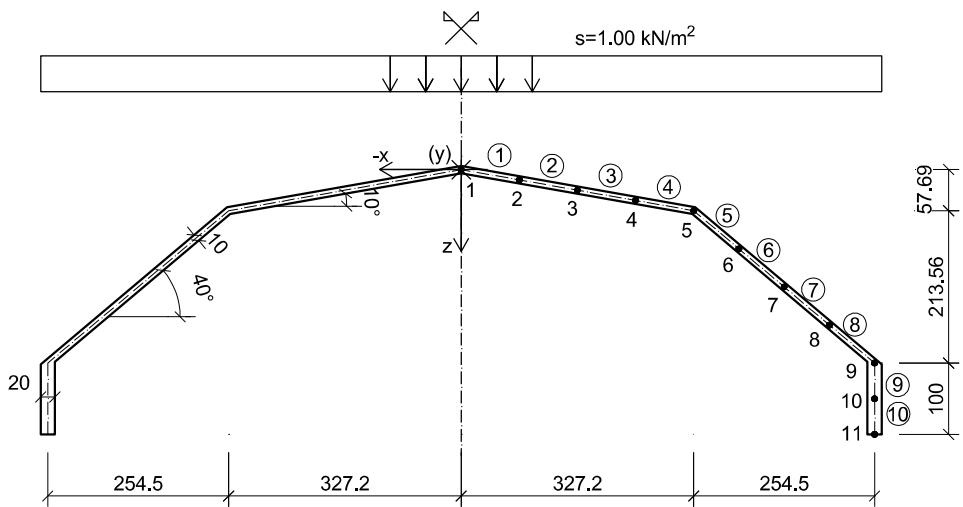
Slika 1. Poprečni presek i opterećenje poliedarske ljske tipa "A"



Slika 2. Poprečni presek i opterećenje poliedarske ljske tipa "B"



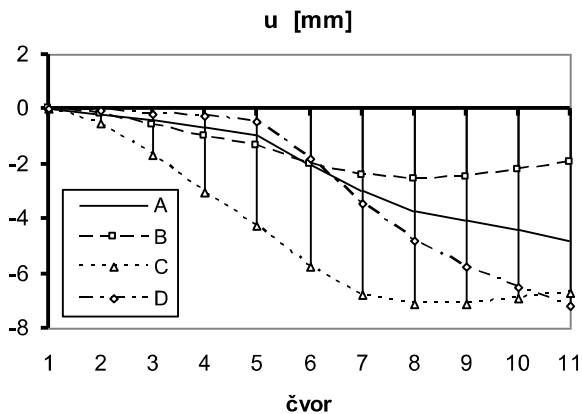
Slika 3. Poprečni presek i opterećenje poliedarske ljske tipa "C"



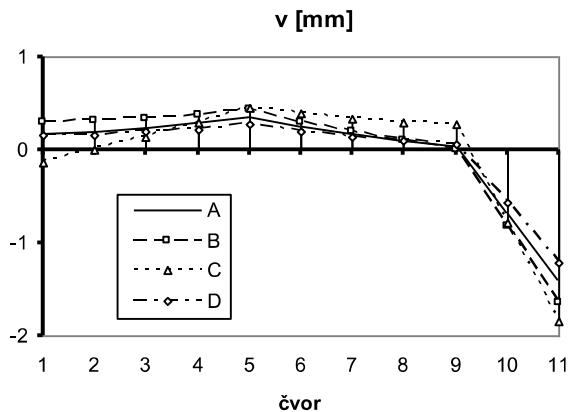
Slika 4. Poprečni presek i opterećenje poliedarske ljske tipa "D"

### 3. REZULTATI ANALIZE

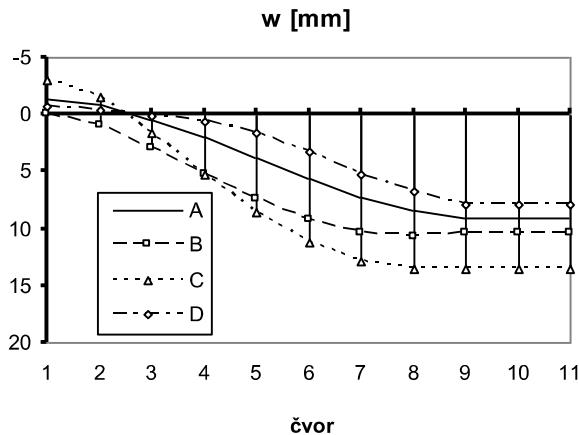
Na slikama 5 do 15 dat je uporedni prikaz dijagrama pomeranja, obrtanja, presečnih sila, momenata i napona, usled ukupnog eksploracionog opterećenja, za različite poprečne preseke ljske.



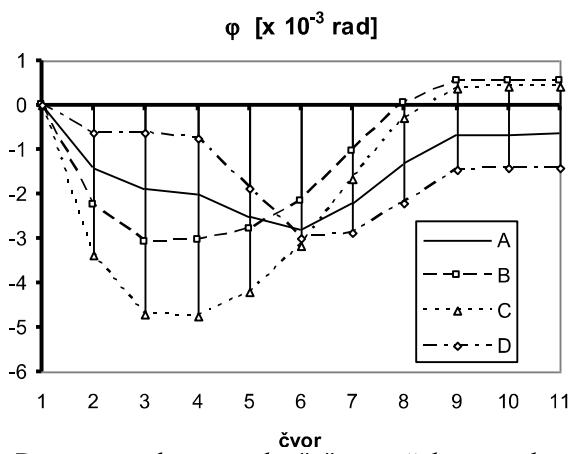
Slika 5. Dijagrami pomeranja u pravcu globalne "x" ose tačaka u sredini raspona



Slika 6. Dijagrami pomeranja u pravcu globalne "y" ose tačaka iznad oslonaca



Slika 7. Dijagrami vertikalnih pomeranja tačaka u sredini raspona



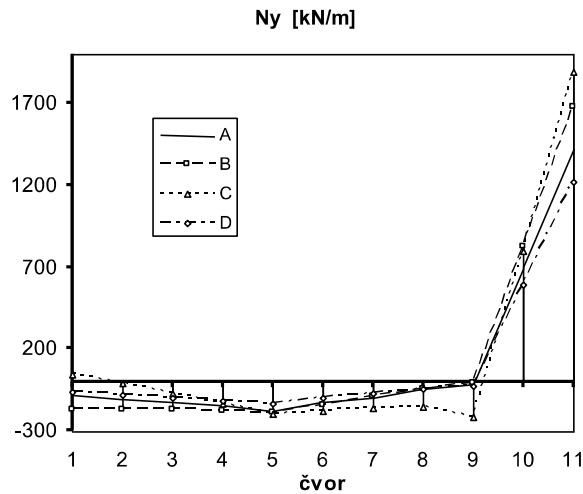
Slika 8. Dijagrami obrtanja oko "y" osetačaka u sredini raspona

Analizom dijagrama pomeranja u pravcu globalne  $x$  ose (sl. 5) može se uočiti da se kod "dubokih" ljski (tip "C" i "D") javljaju veća horizontalna pomeranja nego kod "plićih" (tip "A" i "B"). Najmanja horizontalna pomeranja trpi ljska tipa "B".

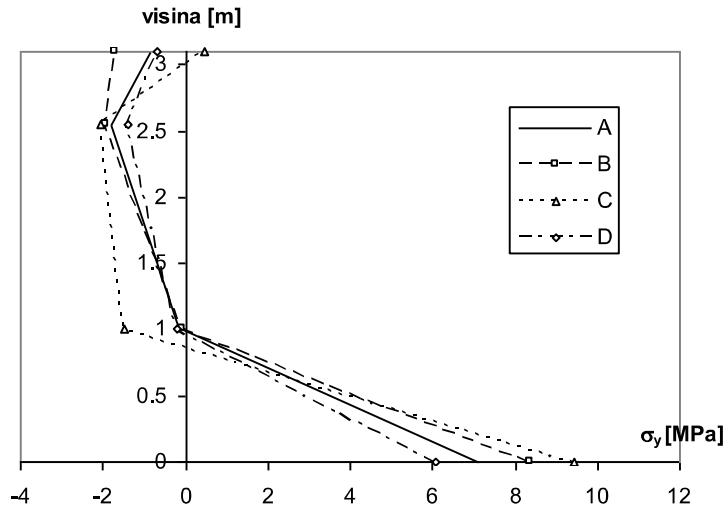
Promena oblika dijagrama pomeranja u pravcu podužne ose ljske (sl. 6) je najneujednačenija kod ljske tipa "C", kod koje se predznak dijagrama po širini preseka menja čak tri puta. Najveća pomeranja u temenu poprečnog preseka (čvorna linija 1) javljaju se kod ljske tipa "B", dok su najveća pomeranja u donjem čvoru ivične grede (čvorna linija 11) zabeležena kod ljske tipa "C". Oblik dijagrama i veličina pomeranja u pravcu podužne ose ljski tipa "A" i "D" su gotovo identični.

Vertikalna pomeranja tačaka poprečnog preseka (sl. 7) su najmanja kod ljske tipa "D". Najneujednačeniji je dijagram ljske tipa "C", za koju se dobijaju i najveće vrednosti vertikalnih pomeranja. Jedino se kod ljske tipa "B" sve tačke poprečnog preseka pomeraju naniže, dok se kod svih ostalih ljski tačke u blizini temena pomeraju vertikalno naviše.

Ugao obrtanja oko podužne ose ljske (sl. 8) ima promenljiv predznak duž poprečnog preseka ljski tipa "B" i "C". Maksimalni uglovi obrtanja se javljaju kod ljske tipa "C".



Slika 9. Dijagrami podužne normalne sile  $N_y$  u preseku na sredini raspona



Slika 10. Dijagrami podužnog normalnog napona  $\sigma_y$  po visini poprečnog preseka ljske, u sredini raspona

Posmatrajmo dijagrame presečnih sila, podužnih normalnih napona i momenata prikazane na slikama 7 do 15. Kod ljske tipa "C" podužna normalna sila  $N_y$  ima izraženu krivolinijijsku raspodelu po širini nagnutih ploča, za razliku od ostalih tipova ljski, kod kojih je ova raspodela linearna (sl. 7). Ekstremne vrednosti podužne normalne sile u ivičnoj gredi javljaju se, takođe, kod ljske tipa "C". Kod ovog oblika poprečnog preseka podužna normalna sila tri puta menja predznak, tako da se u ivičnoj gredi, ali i u temenu poprečnog preseka, javlja zatežuća podužna normalna sila. Najmanje vrednosti podužne normalne sile javljaju se kod ljske tipa "D", a vrlo sličnu raspodelu i intenzitete ima i podužna normalna sila u ljsuci tipa "A".

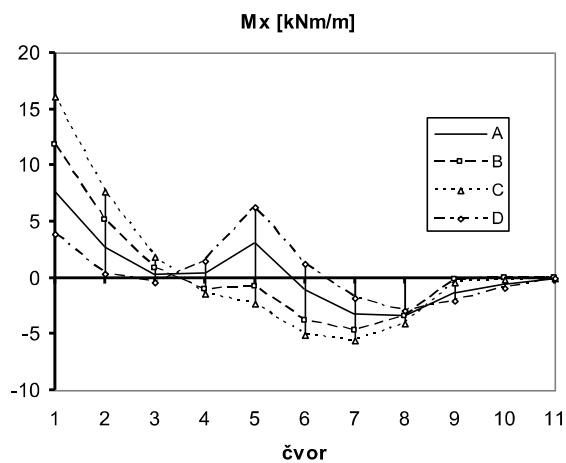
Analizom dijagrama podužnih normalnih napona po visini poprečnog preseka (sl. 8) uočava se pojava napona zatezanja u temenu ljske tipa "C", kod koje se javljaju i ekstremne vrednosti ovog napona (i u pritisnutoj i u zategnutoj zoni preseka). Najmanje vrednosti ovog napona se javljaju kod ljske tipa "D", a samo su neznatno veće kod ljske tipa "A". Ekstremna vrednost napona pritiska u temenu poprečnog preseka javlja se kod "plitke" ljske tipa "B".

Najravnomernija raspodela momenta savijanja  $M_x$  oko podužne ose ljske uočava se kod ljske tipa "D". Vrlo slična raspodela, uz gotovo identične ekstremne vrednosti, javlja se u ljsici tipa "A". Najveći momenti savijanja oko podužne ose, i u gornjoj i u donjoj zoni preseka, javljaju se kod ljske tipa "C".

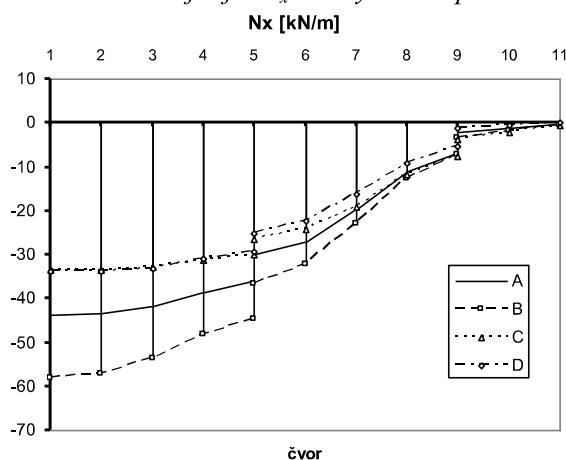
Poprečna normalna sila  $N_x$  dostiže maksimalne vrednosti kod ljske tipa "B", dok "duboke" ljske tipa "D" i "C" imaju znatno manje veličine ove normalne sile.

Ekstremne vrednosti momenta savijanja  $M_y$  oko ose  $x$ , duž celog poprečnog preseka, javljaju se kod ljske tipa "C". Najmanje vrednosti ovog momenta u ivičnoj gredi uočavaju se kod ljske tipa "B".

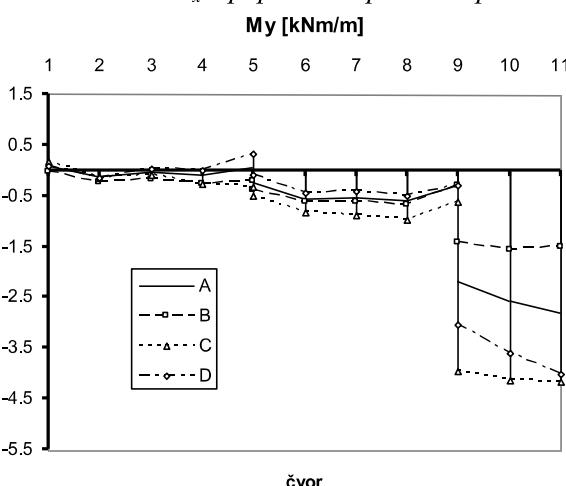
Najveće vrednosti smičuće sile  $N_{xy}$  se javljaju u "plitkoj" ljsuci tipa "B", a najmanje kod "duboke" ljske tipa "D". Samo u poprečnom preseku ljske tipa "C" smičuća sila ima promenljiv predznak.



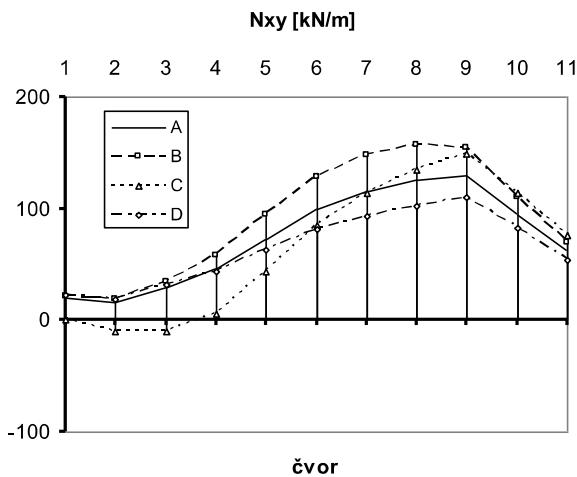
Slika 11. Dijagrami momenta savijanja  $M_x$  oko "y" ose u preseku na sredini raspona



Slika 12. Dijagrami normalne sile  $N_x$  u poprečnom pravcu u preseku na sredini raspona

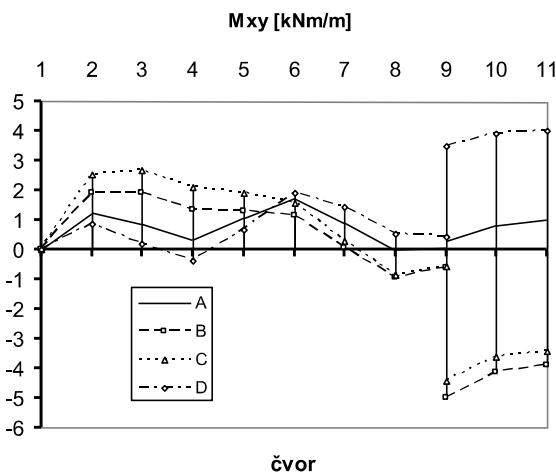


Slika 13. Dijagrami momenta savijanja  $M_y$  oko "x" ose u preseku na sredini raspona



Slika 14. Dijagrami smičuće sile  $N_{xy}$  preseku iznad oslonca

Dijagram momenta torzije  $M_{xy}$  ima isti predznak duž celog poprečnog preseka samo kod ljske tipa "A", kod koje je raspodela ovog momenta najujednačenija. Najmanje vrednosti momenta  $M_{xy}$  u ivičnoj gredi javljaju se, takođe, kod ljske tipa "A". Najveći momenti torzije u nagnutim pločama zabeleženi su kod ljski tipa "C" i "B".



Slika 15. Dijagrami momenta torzije  $M_{xy}$  preseku iznad oslonca

Na osnovu gornje analize pomeranja, obrtanja, presečnih sila, napona i momenata, može se izvesti zaključak da je poprečni presek ljske tipa "C" (sl. 3) nepovoljan, te ga treba izbegavati. Suvise "plitke" ljske, kao što je ljska tipa "B" (sl. 2) trpe velike napone pritiska u temenu poprečnog preseka, što kod armiranobetonskih konstrukcija ne predstavlja problem. Međutim, zbog velikih smičućih sila i momenata torzije, koji se javljaju u nagnutim pločama, treba izbegavati upotrebu suviše "plitkih" poprečnih preseka armiranobetonskih poliedarskih ljski. Najpovoljnije ponašanje pokazale su ljske tipa "A" i "D". Kako torzioni momenti u armiranobetonskoj ivičnoj gredi mogu biti merodavni za njeno dimenzionisanje, to se preporučuje upotreba poprečnog preseka

tipa "A", kod koga su ovi uticaji najmanji u odnosu na sve upoređene tipove poprečnih preseka.

#### 4. ZAKLJUČAK

U okviru ovog rada prikazani su rezultati numeričke analize armiranobetonskih prizmatičnih poliedarskih ljudskih, sprovedene primenom metoda konačnih traka. Analizirane su ljudske dužine  $L=20m$ , širine  $B=11.6m$ , različitog oblika poprečnog preseka, izvedene od istog materijala i jednakog opterećene. Ova komparativna analiza je moguća zbog toga što, kod primene MKT, izbor istog broja konačnih traka (ukupno 10) i sto članova reda kod svih analiziranih tipova ljudskih, obezbeđuje isti stepen numeričke tačnosti izlaznih rezultata, što ne bi bio slučaj kod primene metoda konačnih elemenata. Na osnovu poređenja dijagrama pomeranja, obrtanja, presečnih sila, momenata i napona, poliedarskih ljudske različitog poprečnog preseka, zaključuje se da je najpovoljniji oblik poprečnog preseka onaj koji nagibom i širinom ploča što približnije prati oblik odgovarajuće cilindrične ljudske. Pri tome treba izbegavati suviše "plitke" ljudske.

#### LITERATURA

- [1] Goleš, D.: Reološko-dinamička analiza armiranobetonskih poliedarskih ljudskih, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet Subotica, jun **2012**.
- [2] Milašinović, D. D.: Metod konačnih traka u teoriji konstrukcija, Student, Novi Sad, **1994**.

### ANALYSIS OF "DEPTH" INFLUENCE ON INTERNAL FORCES AND DISPLACEMENTS OF FOLDED PLATE STRUCTURE'S

**Summary:** *Influence of cross sectional shape of reinforced concrete prismatic folded plate structure, of span length  $L=20m$ , on internal forces and displacements was analysed using finite strip method. The paper presents and comments obtained diagrams of displacements, rotations, internal forces, moments and stresses. Selection of the optimal cross-section can be made based on comparisons of these diagrams for different shell "depth". By analysis of obtained diagrams it is concluded that too "shallow" cross sections of prismatic folded plates should be avoided. Convenient form of the cross section is obtained by placing particular plates under such an angle to achieve maximum similarity with the corresponding cylindrical shell.*

**Key words:** Folded plates, finite strip method, shell depth, reinforced concrete