

## ДЕФОРМАЦИОНА АНАЛИЗА И ПРОМЕНА ПОЛОЖАЈА ТАЧАКА ТОКОМ МЕРЕЊА

Милан Трифковић<sup>1</sup>  
Жарко Несторовић<sup>2</sup>  
Илија Гргић<sup>3</sup>

УДК: 528.41:624.131

DOI:10.14415/konferencijaGFS 2015.102

**Резиме:** *Анализа квалитета геодетских мерења често се у пракси заснива на провери испуњености одређених математичких услова. Овај начин контроле заснива се на претпоставци да су одступања резултата мерења од математичких услова последица искључиво грешака мерења. Геодетска мерења за деформациону анализу објеката, а нарочито када су у питању велики и сложени објекти, реализују се у дужем временском периоду а често трају и по неколико дана или недеља. Због промена метеоролошких и других услова мала је вероватноћа да се никакве промене на овим објектима неће догодити током мерења. Овај рад бави се анализом утицаја промене мерене величине током реализације деформационих геодетских мерења. Како је из производних мерења овај утицај тешко изучити у овом раду примењује се метод симулираних мерења на једном једноставном хипотетичком примеру.*

**Кључне речи:** *деформациона анализа, промена мерене величине*

### 1. УВОД

Геодетска мерења за осматрање објеката и деформациону анализу врше се са циљем да се одреде координате тачака на објекту у више серија мерења и да се кроз поређење ових координата утврди да ли је дошло до промене положаја и геометрије осматраног објекта. Геодетска осматрања врше се са тачака контролних геодетских мрежа и код великих и сложених објеката ова мерења могу да трају више дана или чак и недеља. Различите силе у облику метеоролошких услова или технолошког процеса (постојање вибрација и сл.) који онемогућава реализацију геодетских мерења могу да утичу на продужење трајања геодетских мерења. Ако се узме у обзир чињеница да метеоролошки услови утичу на објекте (код брана на пример то може бити промена водостаја или промена температуре ваздуха и воде током дана или током мерења) онда непосредно следи да су могуће и промене

<sup>1</sup> Проф. др Милан Трифковић, дипл.геод.инж. Грађевински факултет Суботица, [milantri@eunet.rs](mailto:milantri@eunet.rs)

<sup>2</sup> Жарко Несторовић, дипл.геод.инж. ПД „Хидроелектране Ђердап“ д.о.о. Кладово, [zarko.nestorovic@djerdap.rs](mailto:zarko.nestorovic@djerdap.rs)

<sup>3</sup> др.сц. Илија Гргић, дипл.инж., Државна геодетска управа, Република Хрватска, [ilija.grgic@dgu.hr](mailto:ilija.grgic@dgu.hr)

мерених величина током реализације геодетских мерења. Промене мерених величина током мерења неминовно нарушавају односе међу тачкама на објекту и обрадом резултата мерења не добијају се стварна померања тачака.

Методe геодетских мерења детаљно су обрађене у литератури која се бави геодетском метрологијом [1],[2]. При анализи метода прецизних геодетских мерења разграничене су групе грешака које остају у резултатима мерења (грешке прве групе) односно грешке које није могуће елиминисати из процеса мерења и грешке друге групе које се могу елиминисати методом рада, условима при мерењу, условима при раду и поправкама. Грешке које се могу елиминисати условима при раду захтевају испуњење одређених услова у спољној средини (мерења при условима стабилних ликова, када нема замућености ваздуха и када су услов видљивости такви да омогућавају јасно уочавање визуалних маркица) које није увек лако остварити. Ти услови захтевају да се бира време мерења а таквих интервала у појединим периодима године може бити релативно мало. Приступ мерењима при којима се захтева строго испуњење услова који зависе од стања атмосфере може значајно продужити време трајања мерења. Са друге стране када се врше мерења за потребе одређивања стања и понашања објеката односно мерења за деформациону анализу потребно је у што краћем року извршити мерења јер силе које делују на објекат могу довести до његовог померања током реализације геодетских мерења. Ова два опречна захтева (са једне стране је захтев да се испуне услови за мерење са одговарајућом тачношћу а са друге стране је захтев да се мерења изврше у што краћем року без обзира на услове при раду) доводи у дилему геодетског стручњака како да поступи. Ако се мерења заврше у датом ограниченом временском интервалу може нарушити њихову потребну тачност а ако испуни услове за постизање одговарајуће тачности може доћи до промена вредности мерених величина. Како се мерења врше са циљем да се одреде координате тачака на објекту промене мерене величине које се догађају током мерења није могуће одредити. Због сложености овог питања за његово истраживање неопходно је разматрати узајамни утицај тачности мерења и промене мерене величине током мерења. Како би једно такво истраживање захтевало обимне експерименте, студије и теренска мерења оно превазилази обим овог рада. У овом раду разматраће се само утицај промене мерене величине на координате тачке и то на једноставном геометријском примеру.

## **2. УТИЦАЈ ПРОМЕНЕ МЕРЕНИХ ВЕЛИЧИНА ТОКОМ МЕРЕЊА НА КООРДИНАТЕ ТРАЖЕНЕ ТАЧКЕ**

При одређивању координата тачака на објектима за потребе деформационе анализе полази се од претпоставке да у свакој серији мерења објекат има константне координате и да су грешке мерења резултат искључиво случајних утицаја. За потребе деформационе анализе пројектују се и оптимизују специјалне геодетске мреже за сваки објекат посебно. Оптимизација геодетских мрежа и контрола њиховог квалитета детаљно је разрађена у теорији и пракси [3] а развијене су и бројне методе за анализу стабилности објеката у више серија мерења [4]. Квалитет геодетских мрежа зависи од тачности геодетских

инструмената и прибора који се користи при мерењу, од стандарда мерења који је остварен током мерења на станицама и од квалитета стабилизације геодетских тачака и од геометрије геодетске мреже. Уколико није дошло до промене положаја тачака током мерења у једној серији претпоставља се да неће доћи ни до промене вредности мерених величина. Овај услов може се изразити на следећи начин:

$$T_i = T[y_i, x_i] = \text{const} \Rightarrow \mu_i = \text{const} \quad \dots(1)$$

где је:

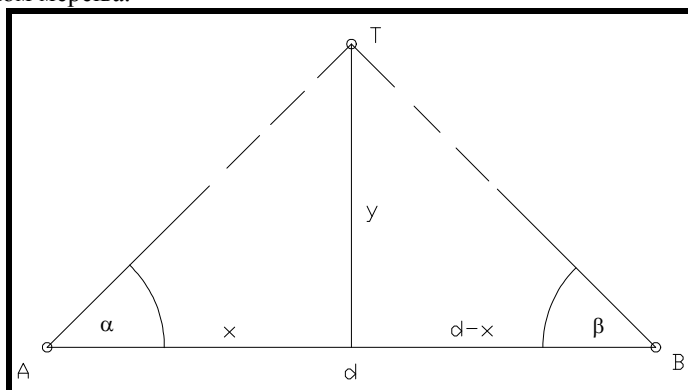
$T_i = T[y_i, x_i]$  – координате тачака и

$\mu_i$  – скуп мерених величина у геодетској мрежи.

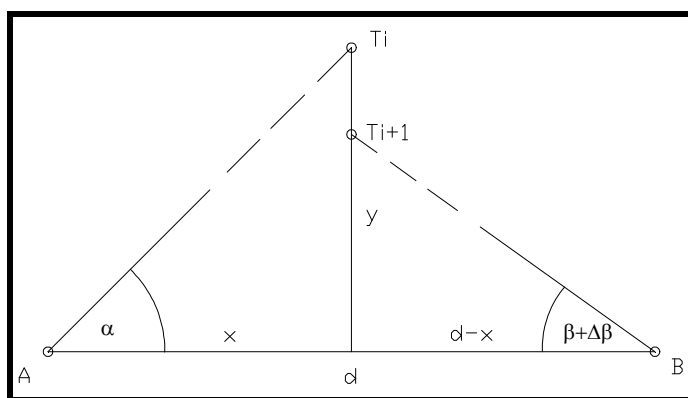
Слика 1 илуструје случај дефинисан формулом (1) односно случај када тачке током мерења не мењају свој положај и када су мерене величине током мерења константне. У наведеном примеру мери се дужина  $d$  и углови  $\alpha$  и  $\beta$ . Ако дође до промене положаја тачке на објекту онда се тај случај може изразити формулом:

$$T_i = T[y_i, x_i] \neq \text{const} \Rightarrow \mu_i \neq \text{const} \quad \dots(2)$$

Слика 2 илуструје случај дефинисан формулом (2) односно када се положај тачке  $T$  мења током мерења.



Сл.1. случај када тачке не мењају свој положај током мерења



Сл.2. случај када тачке мењају свој положај током мерења

Наведени пример се може преставити скупом тачака и скупом мерених величина на следећи начин (под претпоставком да само тачка  $T$  мења положај током мерења):

$$T = \{(y_A, x_A), (y_B, x_B), (y_{T_i}, x_{T_i}), (y_{T_{i+1}}, x_{T_{i+1}})\} \quad \dots(3)$$

$$\mu_i = \{d, \alpha, \beta + \Delta\beta\} \quad \dots(4)$$

Формуле (3) и (4) описују случај када долази до промене положаја односно координате тачке  $T$  после извршеног мерења са станице  $A$ . Када се мерење врши са станице  $B$  уместо угла  $\beta$  мери се угао  $\beta + \Delta\beta$ .

Може се закључити да, иако мерења и са тачке  $A$  и са тачке  $B$  могу бити изведена коректно, због промене положаја тачке  $T$  њене координате неће бити коректно одређене. При томе је ову промену немогуће открити на основу извршених мерења што додатно умањује поузданост закључивања о положају тачке  $T$ .

Формуле за израчунавање координата тачке  $T$  при услову (1) за наведени пример гласе:

$$x_i = d \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} \quad \dots(5)$$

$$y_i = y_A + x_i \operatorname{tg}\alpha = d \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta} \operatorname{tg}\alpha \quad \dots(6)$$

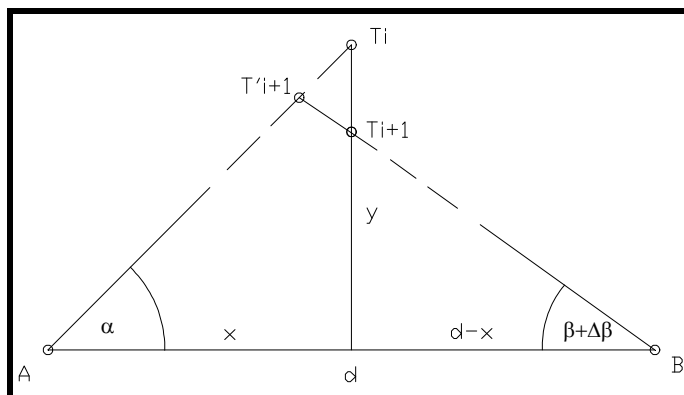
Ако важе услови (2) онда формуле (5) и (6) добијају облик:

$$x_{i+1} = d \frac{\operatorname{tg}(\beta + \Delta\beta)}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}(\beta + \Delta\beta)} \quad \dots(7)$$

$$y_{i+1} = x_{i+1} \operatorname{tg}\alpha = d \frac{\operatorname{tg}(\beta + \Delta\beta)}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}(\beta + \Delta\beta)} \operatorname{tg}\alpha \quad \dots(8)$$

Формуле (7) и (8) показују да ће промене положаја тачке  $T$  током мерења за последицу имати одређивање координата које неће приказати њен положај ни у тренутку  $i$  ни у тренутку  $i + 1$ . Наведени пример указује на сложеност односа положаја тачке и мерених величина. Наиме ако тачка промени положај то ће се манифестовати кроз мерени угао независно од вектора промене положаја тачке а применом модела израженог формулама (7) и (8) одредиће се координате  $T'(y'_{i+1}, x'_{i+1})$  уместо стварног положаја  $T(y_{T_{i+1}}, x_{T_{i+1}})$ .

Илустрација овог случаја је дата на слици 3. Очигледно је промена положаја тачке утиче само на мерени угао са тачке  $B$  а да ће се координате тачке  $T'(y'_{i+1}, x'_{i+1})$  одредити у оресеку праваца  $AT_i$  и  $BT_{i+1}$  при чему неће бити одређене координате  $T(y_{T_{i+1}}, x_{T_{i+1}})$  чији се положај усваја као тачан у овом случају.



Сл.3. Однос промене координата тачке и промене мерене величине

Овај пример указује на сложеност односа мерених величина и промена координата тачака. Код сложених геодетских мрежа за деформациона мерења потребно је вршити додатне анализе како би се овакви ефекти умањили или елиминисали. Још једном је потребно нагласити да су овако једноставни примери у пракси ретки али и да их треба избегавати када год је то могуће јер код оваквих случајева нема сувишних мерења која би омогућила додатне контроле. Овај пример служи само као илустрација сложености разматране проблематике.

### 3. СТУДИЈА СЛУЧАЈА – ОБРАДА ПОДАКА И АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА

За анализу утицаја промене положаја тачке током мерења усвојен је наведени једноставан пример који илуструје сложеност проблематике. Усвојене су координате тачака приказане у табели 1. У табели 2 дате су мерене односно усвојене вредности дужине и углава.

Тачка	y [m]	x [m]
A	100.0000	100.0000
B	200.0000	100.0000
T	150.0000	150.0000

Табела 1. Координате тачака за анализу

d	100.0000
$\alpha$	45.0000
$\beta$	45.0000

Табела 1. Вредности мерених величина за анализу

Ако претпоставимо да је тачка  $T(x_{T_{i+1}}, y_{T_{i+1}})$  променила свој положај за 10 mm када се она опажа са тачке  $B$  и да су њене стварне координате  $T(50.0000, 49.9900)$  у тренутку  $i+1$  онда прираштај угла  $\beta$  износи  $\Delta\beta = -20.6''$  односно вредност угла измереног на тачки  $B$  износи  $\beta + \Delta\beta = 44^{\circ}59'39.4''$ . Када се ова вредност уврсти у формуле (7) и (8) добијају се следећи резултати:  $T'(49.9950, 49.9950)$ . Поређење координата тачке  $T$  и тачке  $T'$  види се да су добијене координате које се не подударају ни са почетним (стварним) координатама ни са промењеним (стварним) координатама посматране тачке. Ова чињеница указује на потенцијални проблем који се може појавити код геодетских мерења за деформациону анализу.

#### 4. ЗАКЉУЧАК

Наведени једноставан хипотетички пример на коме је извршена анализа утицаја промене мерене величине на координате тражене тачке за деформациону анализу указује на потенцијални проблем који може довести до погрешних закључака о стању и понашању објеката. Овај проблем настаје услед конфликта који настаје када је потребно мерења завршити у одређеном року и када је потребно мерења вршити под одређеним спољним условима који обезбеђују захтевану тачност мерења. Због сложености проблематике у овом раду разматран је само утицај промене мерене величине и то на једноставном примеру. Правци за даља истраживања ове проблематике могу се кретати у правцу оптимизације рокова за мерење и тачности која се у датим спољним условима може остварити са одређеним геодетским технологијама или њиховим комбиновањем. Такође је потребно истражити утицај промене мерених величина током мерења за геодетске мреже различитог нивоа сложености.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чинкловић, Н.; Методе прецизних геодетских мерења Грађевински факултет, Универзитет у Београду, **1983**.
- [2] Мркић, Р.; Геодетска метрологија, Научна књига, Београд, **1991**.
- [3] Нинков, Т.; Оптимизација пројектовања геодетских мрежа, Научна књига, Београд **1989**
- [4] Михаиловић, К., Алексић, И.П.: деформациона анализа геодетских мрежа, Грађевински факултет, Београд, **1994**

## DEFORMATION ANALYSIS AND CHANGE OF POINTS POSITION DURING MEASUREMENT

*Summary:* Quality analysis of geodetic measurements is in practice often based on checking some mathematical conditions. This control method is based on presumption that deviations of mathematical condition are caused only by errors of measurements. Geodetic measurements for deformation analysis, especially of complex objects are often lasting for days or even weeks. Because of changes in meteorological condition or because of object exploitation it could be expected that some changes of object shall occur during the measurement process. This paper is dealing with analysis of changes of object dimensions during the measurements. Because of numerous difficulties in researching this influence from real production measurements in this paper one simple case of hypothetical simulated measurements are analysed.

*Keywords:* deformation analysis, change of measured value