

ТРАНСПОРТ НАНОСА И ПРОМЕНА КОТЕ ДНА У МРЕЖИ ОТВОРЕНИХ ТОКОВА

Мирјана Хорват¹

Золтан Хорват²

Огњен Габрић³

УДК: 627.157:519.87

DOI:10.14415/konferencijaGFS 2015.077

Резиме: Разматра се приступ моделисања транспорта наноса и промене коте дна код линијских модела заснован на концепту активног слоја. Овај концепт подразумева да се кретање наноса одвија у три области: област суспендованог наноса, активни слој и слој наноса испод површине који се састоји од активног и осталих стратума. Применом ове поделе се једначине за транспорт наноса дефинишу за сваку од наведених области и допуњују се једначинама које дефинишу механизме размене међу њима. Приказани рад даје предлог једначина за моделисање транспорта наноса и промене коте дна код мреже отворених токова.

Кључне речи: Мрежа отворених токова, транспорт наноса, линијски модел

1. УВОД

Већина постојећих модела транспорта наноса и деформације корита може да се подели на две групе, од које прву чине једноставни модели који целокупан нанос представљају са једним карактеристичним зрном [1] и сложене који препознају мешавину зрна различитих величина [2,3]. Преглед литературе приказан у [4] је показао да се као водећи приступи у моделисању транспорта наноса јављају концепт хомогеног слоја и концепт активног слоја. На пример, у раду [2,3] су аутори предложили модел који се ослања на концепт активног слоја при чему се за прорачун транспорта наноса и деформације корита користе једначина одржања масе суспендованог наноса и једначина за вучени нанос уз напомену да се обе испишу за све разматране фракције наноса. За одређивање промене коте дна овај модел користи једну глобалну једначину одржања масе наноса на дну. Овом систему једначина се додаје једначина одржања масе наноса у активном слоју помоћу које се одређује промена расподеле фракција зрна у мешавини на дну.

¹ Др. Мирјана Хорват, дипл.инж. грађ., Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет Суботица, Козарачка 2а, Суботица, Србија, тел: 024 554 300, е – mail: horvat.isic.mirjana@gmail.com

² Др. Золтан Хорват, дипл.инж. грађ., Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет Суботица, Козарачка 2а, Суботица, Србија, тел: 024 554 300, е – mail: horvath.czoczek.zoltan@gmail.com

³ Др. Огњен Габрић, дипл.инж. грађ., Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет Суботица, Козарачка 2а, Суботица, Србија, тел: 024 554 300, е – mail: ogabric@gmail.com

Како би се осигурало што тачније решење система, аутори су предвидели симултано решавање система једначина струјања и транспорта. Примена описаног поступка је резултовала у прилично спором прорачуну који је последица симултаног решавања свих једначина. Са циљем унапређења овог модела је разматран другачији концепт моделисања код којег се једначине које описују струјање воде решавају независно од једначина за транспорт наноса. Детаљан приказ примењеног концепта је дат у [4], док се овде даје кратак опис поступка.

2. ТРАНСПОРТ НАНОСА И ПРОМЕНА КОТЕ ДНА

У приказаном раду је целокупна област у којој су изучавани наносни процеси подељена у три дела: област суспендованог наноса, активни слој и слој наноса испод површине састављен од неограниченог боја стратума. Укупна мешавина наноса се представља са произвољним бројем фракција $k=1, \dots, K$. Током извођења је уведена претпоставка да је промена коте дна таква да искључиво утиче на транслаторно померање пресека. Основне једначине примењене за формирање модела транспорта наноса и деформације корита су једначина одржања масе суспендованог наноса (1), једначина одржања масе наноса у активном слоју (2) и глобална једначина одржања масе наноса активног слоја и стратума (3).

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} + u \frac{\partial C_k}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_s^t \frac{\partial C_k}{\partial x} A \right) + \frac{E_k^{sed} B}{\rho A} - \frac{D_k^{sed} B}{\rho A} \quad (1)$$

$$\rho_s (1-p) \frac{\partial (\beta_k E_a)}{\partial t} + \frac{(\phi_k)_{ds} - (\phi_k)_{us}}{\Delta x} = -E_k^{sed} + D_k^{sed} + (S_f)_k \quad (2)$$

$$\rho_s (1-p) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\sum_{k=1}^K [(\phi_k)_{ds} - (\phi_k)_{us}]}{\Delta x} + \sum_{k=1}^K (E_k^{sed} + D_k^{sed}) = 0 \quad (3)$$

У наведеним једначинама индекс k означава да предметне величине има онолико колико је разматраних фракција, C_k означава бездимензионалну концентрацију суспендованог наноса, t је време, u је брзина воде, x је просторна координата, A површина попречног пресека, ε_s^t је коефицијент турбулентне дифузије, ρ густина мешавине воде и наноса, B је ширину попречног пресека, а D_k^{sed} је вертикални флуксу суспендованог наноса услед депоновања који је усмерен на доле. Величина E_k^{sed} представља вертикални флуксу услед увлачења наноса из слоја на и при дну усмерен на горе. ρ_s је густина зрна наноса, p порозност мешавине наноса, E_a је дебљина активног слоја, ϕ_k је флуксу вученог наноса по јединици ширине, Δx означава рачунски корак по простору. Индекси ds и us уз ϕ_k редом означавају низводни и узводни пресек, $(S_f)_k$ је флуксу размене са дубљим слојевима. Аналогно једначини (2) се изводе једначине одржања масе наноса k -те фракције активног стратума уз напомену да у њему нема проноса вученог наноса ни размене

са материјалом у суспензији, а њеним сумирањем по свим фракцијама мешавине се долази до глобалне једначине одржања масе наноса у активном стратуму. Водећи се истим принципима су дефинисане једначине одржања масе свих стратума [4]. Сабирањем једначина одржања масе наноса у активном слоју са једначинама по свим стратумима (које су сумиране по фракцијама) се долази до глобалне једначине одржања масе наноса на дну (3) где је z_b кота дна водотока тј. кота површине активног слоја.

Приказане једначине обухватају: K једначина одржања масе суспендованог наноса (1), K једначина одржања масе наноса активног слоја (2), једна глобална једначина одржања масе наноса у активном слоју и подслојевима (3). Добијен сет обухвата $2K+1$ једначине са K непознатих: C_k , $(Sf)_k$, E_k^{sed} , D_k^{sed} , ϕ_k , β_k , и по једном непознатом E_a и z_b , што је укупно $6K+2$ непознатих. Приказан систем једначина потребно допунити са још $4K+1$ једначином како би се осигурало једнозначно решење.

3. ПОМОЋНЕ ЗАВИСНОСТИ

У поглављу 2 је показано да је до сада приказан систем једначина потребно допунити са додатним једначинама које су добијене применом помоћних зависности наведених у наставку. Прва додатна једначина је примењена за одређивање вертикалног флукса услед депоновања, једначина (4),

$$D_k^{sed} = \rho_s \omega_k^f C_k^{dep}, \quad (4)$$

где ω_k^f означава брзину тоњења која може да се одреди применом емпиријских зависности [5], а C_k^{dep} је репрезентативна концентрација за прорачун депоновања. Линијски модели као резултат прорачуна дају средњу профилску концентрацију те се иста може усвојити као меродавна за прорачун депоновања.

Следећа помоћна зависност је емпиријска једначина за прорачун флукса вученог наноса ϕ_k где је у конкретном случају примењена једначина (5).

$$\phi_k = \phi_k^i \beta_k (1 - \gamma_k) \zeta_k, \quad (5)$$

где ϕ_k^i означава теоријску вредност флукса вученог наноса која се одређује применом емпиријских израза, γ_k је параметар алокације k -те фракције којим се из прорачуна изузима део вученог наноса који одмах одлази у суспензију. Вредност параметра алокације зависи од односа локалне смичуће брзине и брзине тоњења. Поред овога се ϕ_k^i редукује са такозваним фактором скривања ζ_k који је директна последица приступа моделисања наноса као мешавине зрна различитих величина. Ова корекција дозвољава да се током прорачуна јави покривање мањих честица од стране већих што ће их учинити мање доступним за транспорт и резултоваће у мањој вредности флукса вученог наноса.

За моделисање величине E_k^{sed} разни аутори предлажу другачије приступе, од којих се у овом раду дају три алтернативна приступа, једначине (6). Једна могућност је да се вертикални флукс услед увлачења наноса са дна моделише аналогно флуксу

депоновања у ком случају се користи први израз у једначини (6) у којем се јавља процентуални удео k -те фракције β_k како би се узела у обзир и расположивост одређене фракције. C_k^{er} је меродавна концентрација фракције за прорачун ерозије и за њу се узима средња профилска концентрација.

$$E_k^{sed} = \beta_k \rho_s \omega_k^f C_k^{er}, \quad E_k^{sed} = \frac{\phi_k^t}{\Delta x} \beta_k (1 - \gamma_k) \zeta_k, \quad E_k^{sed} = -\varepsilon_t \left. \frac{\partial(\rho C)}{\partial z} \right|_{z_s}, \quad (6)$$

Друга могућност је да се за прорачун флукса E_k^{sed} узме у обзир маса која се изузима из прорачуна вученог наноса, па се на основу једначине (5) члан E_k^{sed} може написати у складу са средњим изразом у једначинама (6). Трећа разматрана опција је дата последњим изразом у једначинама (6) а подразумева да се E_k^{sed} дефинише као градијент концентрације односно разлика средње профилске и емпиријски одређене концентрације на неком растојању од дна које током прорачуна представља параметар калибрације.

Додатна помоћна зависност је усвојена за одређивање дебљине активног слоја код које се разликују две ситуације, случај спуштања дна активног слоја услед подизања материјала са дна. У том случају се за прорачун дебљине активног слоја користи први израз једначина (7) где члан $D_L/(1-p)$ представља дебљину поплочавања, ψ је параметар калибрације, а разлика $z_b^{n+1} - z_b^n$ представља промену коте дна између текућег $n+1$ -ог и претходног n -тог временског нивоа. Процес поплочавања је последица увлачења ситнијих зрна у суспензију чиме на дну остају крупнија, непокретна зрна која формирају поплочани слој. Други случај је када долази до депоновања материјала из суспензије што изазива подизање дна активног слоја, када се дебљина активног слоја одређује као дебљина из претходног временског нивоа увећана за промену коте дна, други израз у једначинама (7).

$$E_a^{n+1} = \frac{D_L}{1-p} - \psi (z_b^{n+1} - z_b^n), \quad E_a^{n+1} = E_a^n + (z_b^{n+1} - z_b^n), \quad (7)$$

Последња помоћна зависност је усвојена за прорачун размене материјала између активног слоја и активног стратума. Спуштање подине активног слоја значи да се захвата материјал из активног стратума а члан размене је една дефинисан са првим изразом једначина (8), где $\beta_{SL,k}$ представља процентуални удео фракције активног стратума. У случају подизања подине активног слоја се јавља испуштање материјала из активног слоја, а члан размене се одређује према другом изразу једначине (8), где је Δt рачунски корак по времену, а θ је коефицијент пондерације по времену са којим се процентуални удео поједине фракције пондерише између два временска нивоа.

$$(S_f)_k = -\rho_s (1-p) \frac{(z_b^{n+1} - E_a^{n+1}) - (z_b^n - E_a^n)}{\Delta t} \beta_{SL,k}, \quad (8)$$

$$(S_f)_k = -\rho_s (1-p) \frac{(z_b^{n+1} - E_a^{n+1}) - (z_b^n - E_a^n)}{\Delta t} [\theta \beta_k^{n+1} + (1-\theta) \beta_k^n],$$

Увођењем помоћних зависности су добијене додатне једначине потребне за затварање система једначина. Додатне једначине су K једначина за прорачун величина D_k^{sed} , ϕ_k , E_k^{sed} , и $(Sf)_k$, редом једначине (4), (5), (6) и (8), и једна једначина (7) за одређивање дебљине активног слоја E_a . Приликом извођења једначина је уведена претпоставка да је сума процентуалног удела фракција једнака јединици са чиме се намеће потреба за симултаним решавањем добијеног система. Решавањем приказаног система једначина може да се спроведе прорачун транспорта наноса унутар једне деонице. Примена поступка на системе токова захтева дефинисање додатних израза што је приказано у поглављу 4.

4. ЗАВРШНА РАЗМАТРАЊА

Линијски модели се користе за моделисање струјања и транспорта наноса у систему отворених токова, због чега је једначине из поглавља 3 потребно допунити са додатним изразима који би омогућили примену модела на мрежу отворених токова. Са том намером је постојећи систем једначина допуњен са једначином за прорачун наноса у чворовима са којом је уведена и нова непозната, концентрација суспендованог наноса у чвору C_N за k -ту фракцију. Увођењем претпоставке о потпуном мешању се добија да је сума масеног проноса наноса по свим деоницама које улазе у неки чвор, L_{in} , једнака производу суме појединачних протока и једне излазне (чворне) концентрације C_N , једначина (9).

$$Q_{lok} C_{lok} + \sum_{l_{in}=1}^{L_{in}} Q_{l_{in}} C_{l_{in}} = C_N \sum_{l_{out}=1}^{L_{out}} Q_{l_{out}}, \quad (9)$$

где L_{out} означава деонице које су за посматрани чвор излазне, а производ $Q_{lok} C_{lok}$ представља локални улаз у чвор. Једначина (9) се исписује за k фракција и њеном преименом се одређује чворна концентрација која је уједно и концентрација узводне тачке сваке излазне деонице датог чвора. Применом приказаних једначина се уз задавање почетних вредности концентрација, процентуалног удела фракција у активном слоју и коте дна у свим рачунским тачкама, прорачун своди на решавање једначина (9) за све чворове. Тиме се добијају чворне концентрације које су истовремено и концентрације суспендованог наноса у узводним тачкама излазних деоница чвора док даљи прорачун захтева дефинисање процедуре за одређивање процентуалног удела фракција у активном слоју и коте дна у тачкама излазних деоница. Примењен прорачун расподеле фракција у узводним тачкама излазних деоница подразумева да је расподела фракција иста у свим излазним деоницама. Расподела фракција се одређује за чвор и намеће се као позната вредност узводних тачака излазних деоница. Са познатим процентуалним уделом

фракција у узводним тачкама излазних деоница може да се одреди кота дна истих решавањем глобалне једначине одржања масе наноса на дну за предметне рачунске тачке, након чега се наставља прорачун унутар једне деонице применом једначина датих у поглављу 3.

ЗАХВАЛНИЦА

Овај рад је спроведен у оквиру пројекта „Мерење и моделирање физичких, хемијских, биолошких и морфодинамичких параметара река и водних акумулација“, број пројекта ТР 37009, који је финансиран од стране Министарства за образовање, науку и технолошки развој Републике Србије.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bhallamudi, S. M., Chaudhry, M. H.: Numerical modeling of aggradation and degradation in alluvial channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, **1991.**, vol. 117 No.9, pp1145-1164.
- [2] Holly, F. M., Rahuel, J. L.: New numerical/physical framework for mobile-bed modelling, part 1: Numerical and physical principles. *Journal of Hydraulic Research*, **1990a.**, vol. 28 No.5, pp 401-416.
- [3] Holly, F. M., Rahuel, J. L.: New numerical/physical framework for mobile-bed modelling, part 2: Test applications. *Journal of Hydraulic Research*, **1990b.**, vol. 28 No.5, pp 545-564.
- [4] Исић, М.: *Линијски модел интеракције воде и наноса у мрежи природних водотока*, докторска дисертација, Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет Суботица, **2014.**
- [5] Wu, W.: *Computational River Dynamics*, Taylor & Francis Group, London, **2008.**

SEDIMENT TRANSPORT AND BED EVOLUTION IN LOOPED RIVER NETWORK

Summary: *This paper focuses on sediment transport and bed evolution modeling using the active layer approach, thus differentiating sediment particles moving in the form of suspended sediment and near bed and bed sediment. Using this approach the sediment transport equations are developed for all of the considered layers and complemented with equations that define the exchange mechanisms among them. The paper gives a suggestion for the set of equations that can be used for sediment transport and bed evolution modeling in looped river networks.*

Keywords: *Looped river network, sediment transport, one dimensional model*