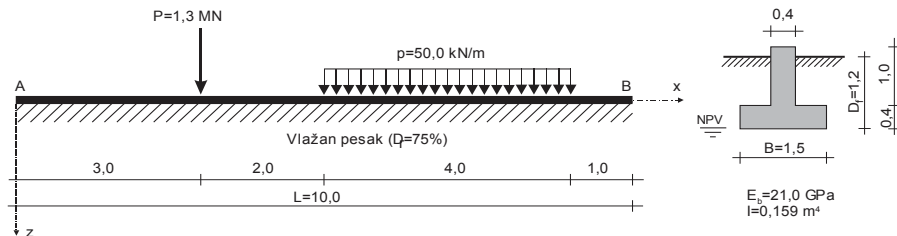


BROJNI PRIMER – 4

Armirano betonski temeljni nosač (slika 6.3), fundiran je na dubini od $D_f = 1.5\text{m}$, u sloju poto-pljenog peska relativne zbijenosti $D_r \approx 75\%$. Odrediti sleganje w , nagib θ , transverzalnu silu T , moment savijanja M , i totalni kontaktni napon q , u čvornim tačkama nosača na $1/10$ dužine ($n=10$). Pesak aproksimirati Vinkler-ovim modelom. Proračun izvršiti numerički, MKR.



Slika 6.3 Temeljni nosač na sloju peska

Rešenje:

Ekvivalentni modul reakcije podloge/peska k i parametar krutosti λ :

$$\xi = \left(1 + 2 \frac{D_f}{B} \right) = \left(1 + 2 \frac{1.2}{1.5} \right) = 2.6 > 2 \rightarrow \xi = 2$$

$$D_r = 75\% \xrightarrow{\text{Slika 5.7}} k_0 = 41.4 \text{ MN/m}^2$$

$$k = \xi k_0 \left(\frac{B + 0.305}{2B} \right)^2 = 2 \cdot 41.4 \left(\frac{1.5 + 0.305}{2 \cdot 1.5} \right)^2 = 30.0 \text{ MN/m}^2$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{kB}{4E_b I}} = \sqrt[4]{\frac{30.0 \cdot 1.5}{4 \cdot 21000 \cdot 0.159}} = 0.2409 \text{ m}^{-1}, \quad \lambda L = 0.2409 \cdot 10.0 \cong 2.41$$

Elementi matrice krutosti nosača i tla iznose:

$$E_b I = 21.0 \cdot 10^6 \cdot 0.159 = 3.339 \cdot 10^6 \text{ kNm}^2, \quad c = \frac{L}{n} = \frac{10.0}{10} = 1.0 \text{ m}$$

$$K_{t,ii} = \frac{E_b I}{c^3} \left(D_{ii} + \frac{Bc^4}{E_b I} k \right) \dots (kN/m)$$

$$K_{t,ii} = \frac{3.339 \cdot 10^6}{1.0^3} \left(D_{ii} + \frac{1.5 \cdot 1.0^4}{3.339 \cdot 10^6} 30.0 \cdot 10^3 \right) = 3.339 \cdot 10^6 (D_{ii} + 1.35 \cdot 10^{-2})$$

$$K_{t,ij} = 3.339 \cdot 10^6 D_{ij} \quad i \neq j$$

Greda je srednje dužine (Vesić, 1961). Na osnovu prethodnih izraza, ispis elemenata matrice krutosti, za podelu temeljnog nosača na $n=10$ jednakih delova, glasi:

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} 5.19 \\ 5.17 \\ 5.12 \\ 4.93 \\ 4.42 \\ 3.75 \\ 3.01 \\ 2.24 \\ 1.46 \\ 0.69 \\ -0.09 \end{Bmatrix} \text{mm}, \quad \{q\} = \begin{Bmatrix} 155.62 \\ 155.11 \\ 153.51 \\ 147.79 \\ 132.64 \\ 112.58 \\ 90.29 \\ 67.17 \\ 43.87 \\ 20.56 \\ -2.74 \end{Bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}, \quad \{\theta\} = \begin{Bmatrix} -0.02 \\ 0.03 \\ -0.12 \\ -0.35 \\ -0.59 \\ -0.71 \\ -0.76 \\ -0.77 \\ -0.78 \\ -0.78 \\ -0.78 \end{Bmatrix} 10^{-3} \text{rad}$$

Kontrola tačnosti rezultata, može se izvršiti na osnovu jednačina ravnoteže $\Sigma Z=0$ i $\Sigma M=0$, odnosno:

$$\int_0^L [p(x) - Bq(x)] dx = \sum_0^n P_i - Bc \left[\frac{q_0}{2} + \sum_1^{n-1} q_i + \frac{q_n}{2} \right] = 0$$

$$\int_0^L [p(x) - B \cdot q(x)] dx = \sum_0^n P_i c \cdot i - Bc^2 \left[\frac{q_0}{8} + \sum_1^{n-1} q_i \cdot i + \frac{q_n}{8} (4n-1) \right] = 0$$

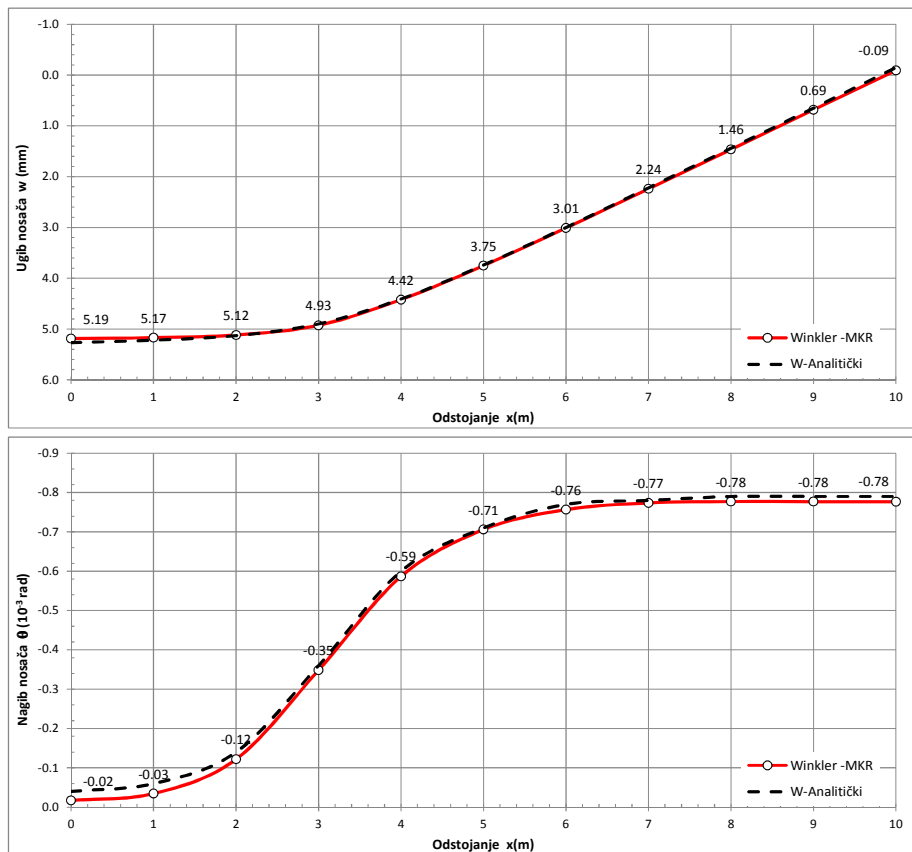
Grafički prikaz rezultata proračuna prema MKR, dat je na slici 6.4, i može se uporediti sa rezultatima analitičke metode (slika 5.4). Greška približne metode proračuna po MKR, za podelu nosača na $n=10$ jednakih delova je zanemarljiva.

Presečne sile se mogu odrediti preko ugiba nosača (6.3) ili što je tačnije, direktno na osnovu zadatog opterećenja i reaktivnog opterećenja $\{q\}$.

Može se zapaziti, da se značajno odstupanje se javlja u dijagramu transverzalnih sila (slika 6.4b), na mestu dejstva koncentrisane sile, gde je na osnovu ugiba dobijen zbir transverzalne sile levo i desno od napadne tačke sile. Ova greška se može izbeći proračunom presečnih sila direktno na osnovu zadatog i reaktivnog opterećenja.

Dijagram transverzalnih sila nije definisan (nema vrednost) u tački u kojoj deluje koncentrisana sila, već samo u preseku beskonačno blisko levo i desno od napadne tačke sile. Sličan problem postoji i kod dijagrama momenta savijanja, u tački u kojoj deluje spreg sila.

Na dijagramima na slici 6.4a-b, punom linijom su prikazani rezultati dobijeni MKR, a isprekidanom linijom su prikazane tačne vrednosti dobijene analitičkom metodom.



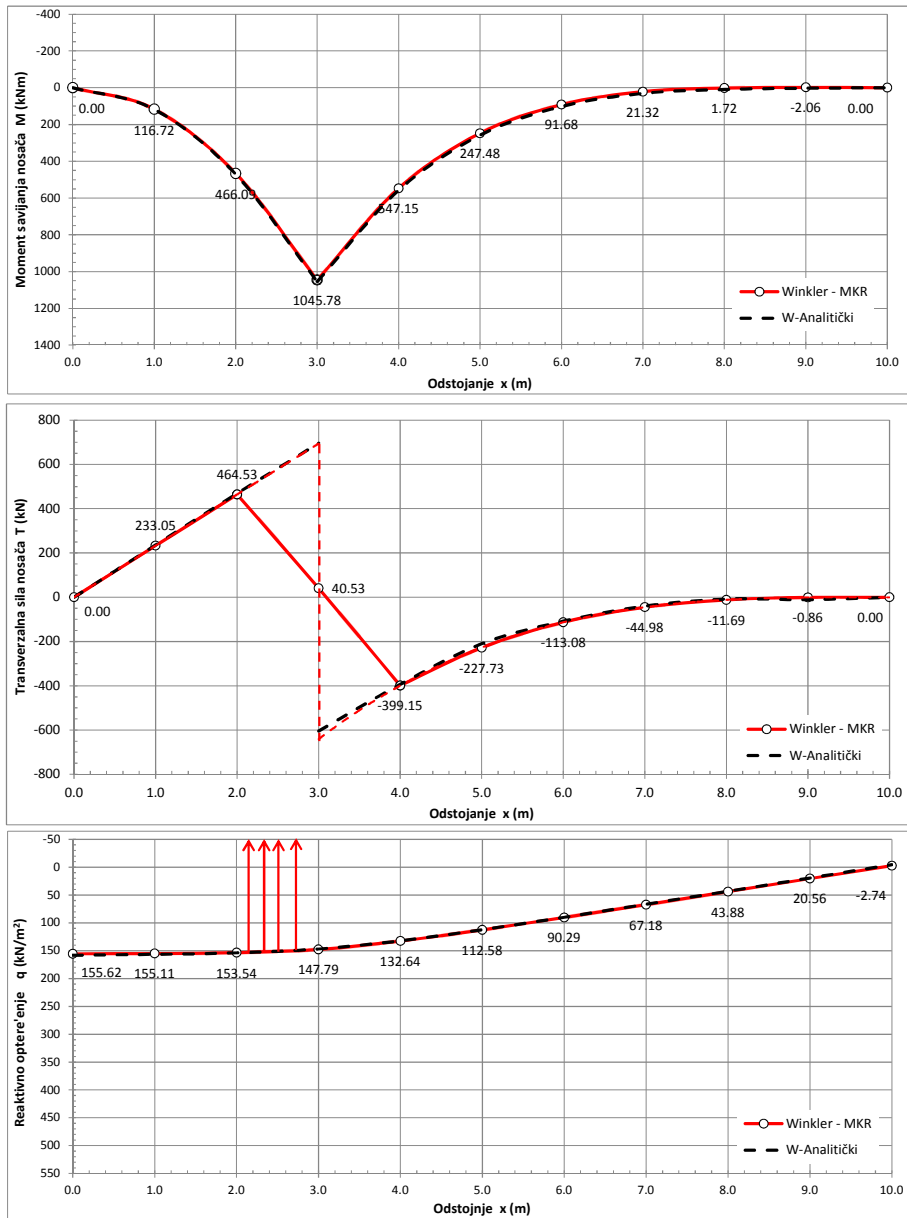
Slika 6.4a Uporedni rezultati proračuna ugiba i nagiba elastične linije nosača (MKR i Analitički)

Može se zaključiti da je za podelu nsača na $n=10$ delova, greška numeričke metode zanemarljivo mala. Konkretno, greška je najmanja kod proračuna ugiba nosača i raste pri višim izvodima funkcije, što znači da su najveća odstupanja na dijagramu transverzalnih sila. Tačnost proračuna se može poboljšati usvajanjem finije podele nosača odnosno povećanjem broja čvornih tačaka.

Numerička vrednost transverzalne sile ispod koncentrisane sile je jednaka srednjoj vrednosti između transverzalne sile blisko levo i desno od sile. Pošto je apsolutni zbir transverzalne sile levo i desno jednak intenzitetu sile, transverzalne sile levo i desno od napadne tačke sile P se može odrediti prema sledećem izrazu:

$$T_{3l} + T_{3d} = T_3 = 40.53, \quad T_{3l} - T_{3d} = P = 1300.0 \Rightarrow T_{3l} = 670.26 \text{ kN}, \quad T_{3d} = -629.74 \text{ kN}$$

Na dijagramu transverzalnih sila na slici 6.4b, puna linija prikazuje rezultat linearne interpolacije između čvornih tačaka. Isprekidana linija prikazuje dijagram kakav on stvarno mora biti. Sa povećanjem broja podele nosača, odnosno broja čvornih tačaka, greška interpolacije se smanjuje.



Slika 6.4b Uporedni rezultati proračuna presečnih sila i kontaktnog napona (MKR i Analitički)