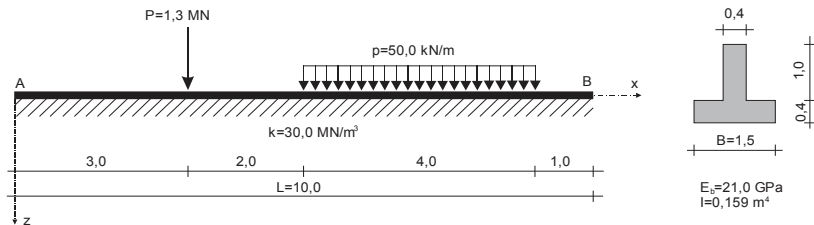


BROJNI PRIMER -2

Dat je temeljni nosač konačne dužine na Vinklerovoj podlozi, dimenzija i opterećenja prema Slici 5.3. Potrebno je izračunati sleganje w , nagib elastične linije θ , transversalnu silu T i moment savijanja M nosača, ispod koncentrisane sile. Proračun izvršiti analitički, metodom superpozicije.



Slika 5.3 Opterećenje između tačaka A i B konačnog nosača

Rešenje:

Parametar krutosti sistema temeljni nosač – podloga (tlo), iznosi:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{kB}{4E_b I}} = \sqrt[4]{\frac{30,0 \cdot 1,5}{4 \cdot 21000 \cdot 0,159}} = 0,2409 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda L = 0,2409 \cdot 10,0 \cong 2,41 \quad \text{Prema klasifikaciji, gređa je srednje dužine !}$$

Napomena: Pri proračunu transversalne sile i momenta savijanja u proizvoljnom preseku nosača na Vinklerovoj podlozi, ne uzimaju se u obzir (kao što je pravilo u statici) samo sile sa jedne strane preseka, već sve sile koje deluju na nosač. Razlog je u konceptu proračuna, u kojem ne figurišu kontaktni naponi, već sve aktivne sile na nosaču i po dve fiktivne sile na krajevima nosača. Ako bi se uticaj podloge zamenio kontaktnim naponom, presečne sile bi se mogle odrediti na osnovu aktivnih sila i kontaktnih napona koje deluju na nosač, sa jedne ili druge strane preseka.

Pored vrednosti presečnih sila dobijenih analitičkom metodom, u zagradi su date i vrednosti prema programu za statičko-dinamičku analizu konstrukcije (*Tower6*)*.

Proračun presečnih sila od zadatog opterećenja u tačkama A (*blisko desno*) i B (*blisko levo*)

$$M_{A\infty} = \frac{P}{4\lambda} C(3\lambda) - \frac{p}{4\lambda^2} [B(5\lambda) - B(9\lambda)]$$

$$M_{A\infty} = \frac{1300,0}{0,964} \cdot 0,043 - \frac{50,0}{0,232} [0,280 - 0,095] = 18,028 \text{ kNm} \quad (11.59)^*$$

$$M_{B\infty} = \frac{P}{4\lambda} C(7\lambda) - \frac{p}{4\lambda^2} [B(5\lambda) - B(\lambda)]$$

$$M_{B\infty} = \frac{1300,0}{0,964} (-0,205) - \frac{50,0}{0,232} [0,280 - 0,188] = -257,049 \text{ kNm} \quad (-257,20)^*$$

$$T_{A\infty} = \frac{P}{2} D(3\lambda) + \frac{p}{4\lambda} [C(5\lambda) - C(9\lambda)]$$

$$T_{A\infty} = \frac{1300.0}{2} \cdot 0.364 + \frac{50.0}{0.964} [-0.173 - (-0.159)] = 235.914 \text{ kN} \quad (228.08)^*$$

$$T_{B\infty} = -\frac{P}{2} D(7\lambda) + \frac{P}{4\lambda} [C(5\lambda) - C(\lambda)]$$

$$T_{B\infty} = -\frac{1300.0}{2} (-0.021) + \frac{50.0}{0.964} [-0.173 - 0.576] = -24.930 \text{ kN} \quad (-23.92)^*$$

Uslovne jednačine (5.2) za krajeve A i B nosača konačne dužine (slobodan kraj) glase:

$$\begin{bmatrix} 18.028 \\ -257.049 \\ 235.914 \\ -24.930 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 & 0.033419 & 1.037366 & -0.033419 \\ -0.033419 & -0.5 & -0.131713 & 1.037366 \\ -0.120463 & 0.000812 & -0.5 & -0.033419 \\ 0.000812 & -0.120463 & 0.033419 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{0A} \\ M_{0B} \\ T_{0A} \\ T_{0B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nulte sile u tačkama A i B beskonačne grede iznose:

$$M_{0A} = -2112.385 \text{ kNm} \quad M_{0B} = -1329.643 \text{ kNm}$$

$$T_{0A} = 1000.917 \text{ kN} \quad T_{0B} = -333.954 \text{ kN}$$

Proračun ugiba w , ispod koncentrisane sile P , na odstojanju $x=3.0$ m :

$$w(3.0) = \frac{P\lambda}{2Bk} \cdot 1.0 + \frac{P}{2Bk} [D(2\lambda) - D(6\lambda)] + \frac{T_{0A}\lambda}{2Bk} A(3\lambda) + \frac{T_{0B}\lambda}{2Bk} A(7\lambda) + \frac{M_{0B}\lambda^2}{Bk} B(3\lambda) - \frac{M_{0A}\lambda^2}{Bk} B(7\lambda)$$

$$w(3.0) = \frac{1300.0 \cdot 0.241}{2 \cdot 1.5 \cdot 30000} \cdot 1.0 + \frac{50.0}{2 \cdot 1.5 \cdot 30000} [0.547 - 0.029] + \frac{100.917 \cdot 0.241}{2 \cdot 1.5 \cdot 30000} \cdot 0.685 + \frac{-333.954 \cdot 0.241}{2 \cdot 1.5 \cdot 30000} \cdot 0.163 + \frac{2112.385 \cdot 0.241^2}{1.5 \cdot 30000} \cdot 0.321 + \frac{1329.643 \cdot 0.241^2}{1.5 \cdot 30000} \cdot 0.184 = 4.9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Proračun nagiba θ , ispod koncentrisane sile P , na odstojanju $x=3.0$ m :

$$\theta(3.0) = \frac{P\lambda^2}{Bk} B(0) + \frac{P\lambda}{2Bk} [A(2\lambda) - A(6\lambda)] - \frac{T_{0A}\lambda^2}{Bk} B(3\lambda) + \frac{T_{0B}\lambda^2}{Bk} B(7\lambda) + \frac{M_{0A}\lambda^3}{Bk} C(3\lambda) - \frac{M_{0B}\lambda^3}{Bk} C(7\lambda)$$

$$\theta(3.0) = \frac{1300.0 \cdot 0.241^2}{1.5 \cdot 30000} \cdot 0.0 + \frac{50.0 \cdot 0.241}{2 \cdot 1.5 \cdot 30000} [0.834 - 0.263] - \frac{1000.917 \cdot 0.241^2}{1.5 \cdot 30000} \cdot 0.321 + \frac{-333.954 \cdot 0.241^2}{1.5 \cdot 30000} \cdot 0.184 + \frac{2112.385 \cdot 0.241^3}{1.5 \cdot 30000} \cdot 0.043 - \frac{1329.643 \cdot 0.241^3}{1.5 \cdot 30000} (-0.205) = -0.000361 \text{ rad}$$

Proračun momenta M , ispod koncentrisane sile P , na odstojanju $x=3.0$ m :

$$M(3.0) = \frac{P}{4\lambda} C(0) - \frac{P}{4\lambda^2} [B(2\lambda) - B(6\lambda)] + \frac{T_{0A}}{4\lambda} C(3\lambda) + \frac{T_{0B}}{4\lambda} C(7\lambda) + \frac{M_{0A}}{2} D(3\lambda) + \frac{M_{0B}}{2} D(7\lambda)$$

$$M(3.0) = \frac{1300.0}{4 \cdot 0.241} 1.0 - \frac{50.0}{40.241^2} [0.286 - 0.234] + \frac{2112.385}{4 \cdot 0.241} 0.043 + \frac{1329.643}{4 \cdot 0.241} \cdot (-0.205) + \frac{-2111.39}{2} 0.364 + \frac{-1329.64}{2} (-0.021) = 1054.723 \text{ kNm}$$

Proračun transverzalne sile T_l blisko levo ispod koncentrisane sile P , na $x=2.9999$ m :

$$T_l(3.0) = \frac{P}{2} D(0) + \frac{P}{4\lambda} [C(2\lambda) - C(6\lambda)] - \frac{T_{0A}}{2} D(3\lambda) + \frac{T_{0B}}{2} D(7\lambda) + \frac{M_{0A}\lambda}{2} A(3\lambda) + \frac{M_{0B}\lambda}{2} A(7\lambda)$$

$$T_l(3.0) = \frac{1300}{2} 1 + \frac{50.0}{4 \cdot 0.241} [0.261 - 0.043] - \frac{1000.917}{2} 0.364 + \frac{-333.954}{2} (-0.021) - \frac{2112.385 \cdot 0.241}{2} 0.685 + \frac{-1329.643 \cdot 0.241}{2} 0.163 = 695.906 \text{ kN}$$

Proračun transverzalne sile T_d blisko desno od sile P , na odstojanju $x=3.0001$ m:

$$T_d(3.0) = T_l(3.0) - P = 695.906 - 1300.0 = -604.094 \text{ kN}$$

