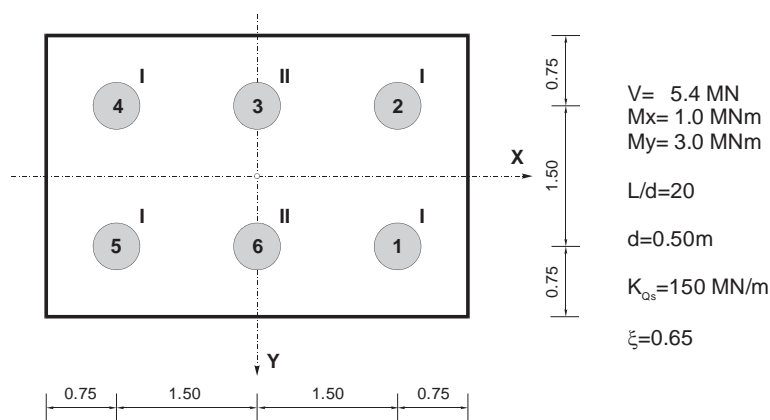


1.1 BROJNI PRIMER – 12

Data je armirano betonska, kruta naglavnica, prema slici, koja prenosi vertikalno i ekscentrično opterećenje na grupu od 6 šipova. Faktor difrakcije šipa iznosi $\xi=0.65$, a efektivni radijus dejstva $r_m=25d$. Potrebno je odrediti faktor sleganja grupe šipova R_s , pomeranje krute naglavnice w_g , θ_y i θ_x , sleganje glava šipova $\{w\}$ i sile na glavama šipova $\{Q\}$.

Proračun izvršiti a) matricno pomoću programa EXCEL, sa i bez uticaja interakcije šipova. Potrebni podaci za proračun su dati na priloženom crtežu.



Slika 11.4 Grupa šipova zglobno povezana krutom naglavnicom

Rešenje:

Za matricni proračun grupe od n šipova, prvo treba odrediti matricu rastojanja $[s]$ pomoću kordinata šipova $\{x\}, \{y\}$, a zatim matricu faktora interakcije $[\alpha]$.

Prema slici 11.4, koordinate glava šipova $\{x\}$ i $\{y\}$ i matrica rastojanja šipova $[s]$ su :

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} 1.5 \\ 1.5 \\ 0 \\ -1.5 \\ -1.5 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \{y\} = \begin{Bmatrix} 0.75 \\ -0.75 \\ -0.75 \\ -0.75 \\ 0.75 \\ 0.75 \end{Bmatrix}, \quad [s] = \begin{Bmatrix} 0.250 & 1.500 & 2.121 & 3.354 & 3.000 & 1.500 \\ & 0.250 & 1.500 & 3.000 & 3.354 & 2.121 \\ & & 0.250 & 1.500 & 2.121 & 1.500 \\ & & & 0.250 & 1.500 & 2.121 \\ & & & & 0.250 & 1.500 \\ & & & & & 0.250 \end{Bmatrix}$$

Pošto su koordinate glava šipova, faktor difrakcije i efektivni radijus identični kao u brojnom primeru-1, elemente inverzne matrice $[\alpha]^{-1}$ ne treba ponovo računati.

Međurezultati proračuna:

$$[\{I\}, \{y\}, \{-x\}] = \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & -1.50 \\ 1 & -0.75 & -1.50 \\ 1 & -0.75 & 0 \\ 1 & 0.75 & 1.5 \\ 1 & 0.75 & 1.5 \\ 1 & 0.75 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{Q_s} [\alpha]^{-1} [\{I\}, \{y\}, \{-x\}] = \begin{bmatrix} 65.804 & 156.245 & -250.952 \\ 65.804 & -156.245 & -250.952 \\ 47.956 & -145.907 & 0 \\ 65.804 & -156.245 & 250.952 \\ 65.804 & 156.245 & 250.952 \\ 47.956 & 145.907 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{Q_s} [\{I\}, \{y\}, \{-x\}]^T [\alpha]^{-1} [\{I\}, \{y\}, \{-x\}] = \begin{bmatrix} 359.126 & 0 & 0 \\ 0 & 687.597 & 0 \\ 0 & 0 & 1505.712 \end{bmatrix}$$

Uslovne jednačine po nepoznatim komponentama pomeranja naglavnice i rešenje:

$$\begin{bmatrix} 359.126 & 0 & 0 \\ 0 & 687.597 & 0 \\ 0 & 0 & 1505.712 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_g \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.4 \\ 1.0 \\ 3.0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} w_g \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 15.04 \\ 1.45 \\ 1.99 \end{Bmatrix} 10^{-3} \begin{matrix} m \\ rad \\ rad \end{matrix}$$

Sleganje glave šipova, aksijalne sile na glavi šipova i povratno određena ekvivalentna aksijalna krutost šipova iznosi:

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} 13.14 \\ 10.96 \\ 13.95 \\ 16.93 \\ 19.12 \\ 16.13 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-3} m, \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} 0.717 \\ 0.262 \\ 0.509 \\ 1.262 \\ 1.717 \\ 0.933 \end{Bmatrix} MN, \quad \{K_{Q_s}\} = 150.0 \begin{Bmatrix} 0.36 \\ 0.16 \\ 0.24 \\ 0.50 \\ 0.60 \\ 0.39 \end{Bmatrix} MN/m$$

Zbog dvoosne simetrije šipova, pomeranje naglavnice se može odrediti direktno:

$$w_g = \frac{V}{K_{Q_s} \sum_i \sum_j \beta_{ij}} = \frac{5.4}{150.0 \cdot 2.394} = 15.04 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\theta_x = \frac{M_x}{K_{Q_s} \{y\}^T [\alpha]^{-1} \{y\}} = \frac{1.0}{150.0 \cdot 4.584} = 1.45 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\theta_y = \frac{M_y}{K_{Q_s} \{x\}^T [\alpha]^{-1} \{x\}} = \frac{3.0}{150.010.038} = 1.99 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

Faktor sleganja grupe šipova, izraženo kao sleganje naglavnice sa i bez interakcije šipova, identično je kao kod grupe šipova opterećenih samo vertikalnom silom, odnosno:

$$R_s = \frac{w_g}{w(Q_{sr})} = \frac{15.04}{6.0} = 2.506, \quad w(Q_{sr}) = \frac{V/n}{K_{Q_s}} = \frac{5.4/6}{150.0} = 6.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Ako se zanemari međusobni uticaj - interakcija između šipova ($\xi = 0$), matrica faktora interakcije se svodi na jediničnu matricu, odnosno $[\alpha] = [I]$.

Uslovna jednačina i rešenje za taj slučaj glasi:

$$\begin{bmatrix} 900.00 & 0 & 0 \\ 0 & 506.25 & 0 \\ 0 & 0 & 1350.00 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_g \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.4 \\ 1.0 \\ 3.0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} w_g \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 6.00 \\ 1.98 \\ 2.22 \end{Bmatrix} 10^{-3} \begin{matrix} m \\ rad \\ rad \end{matrix}$$

Faktor sleganja grupe šipova, izraženo kao sleganje naglavnice sa i bez interakcije šipova, mora biti $R_s = 1$, odnosno:

$$R_s = \frac{w_g}{w(Q_{sr})} = \frac{6.0}{6.0} = 1.0, \quad w(Q_{sr}) = \frac{V/n}{K_{Q_s}} = \frac{5.4/6}{150.0} = 6.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Sleganje glave šipova $\{w\}$, aksijalne sile na glavi šipova $\{Q\}$ i aksijalna krutost šipova $\{K_{Qs}\}$, bez uticaja interakcije iznosi:

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} 4.15 \\ 1.18 \\ 4.52 \\ 7.82 \\ 10.81 \\ 7.48 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-3} m, \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} 0.622 \\ 0.178 \\ 0.678 \\ 1.178 \\ 1.622 \\ 1.122 \end{Bmatrix} MN, \quad \{K_{Qs}\} = 150.0 \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \end{Bmatrix} MN/m$$

Obrtanja naglavnice θ_x i θ_y , uzimajući u obzir interakciju šipova, neznatno je manje od obrtanja naglavnice bez interakcije šipova. Odnos je 0.73 za osu-x i 0.87 za osu-y.