

ПРИМЈЕР ДИНАМИЧКЕ АНАЛИЗЕ ЧЕЛИЧНЕ ОРТОТРОПНЕ ПЛОЧЕ МОСТА

Радомир Цвијић¹
Александар Борковић²

УДК: 624.21.095.323

DOI: 10.14415/zbornikGFS28.07

Резиме: У раду је дата динамичка анализа типичне ортотропне челичне плоче моста. Геометрија плоче и оптерећење су усвојени према препорукама из литературе. Прорачун је обављен методом коначних елемената уз кориштење комерцијалног софтверског пакета Abaqus. Динамичко оптерећење које потиче од возила у покрету моделирано је помоћу шест крутих плоча које имају димензије контактне површине између точка возила и плоче моста. Добијени резултати показују да доминантан утицај на одзив конструкције има брзина возила. Анализа је показала да се утицај другог возила у овој анализи може занемарити.

Кључне речи: динамичка анализа, ортотропне плоче, метод коначних елемената, Abaqus

1. УВОД

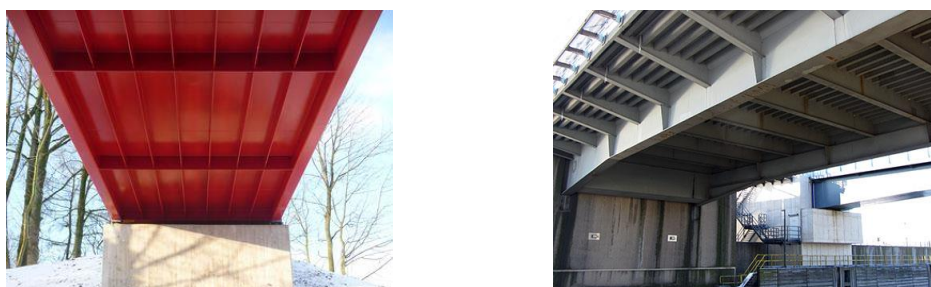
Прве челичне коловозне плоче су конструисане 1930. у САД а потом и у Њемачкој. Обликоване су као ћелијасте конструкције са низом попречних и подужних ребара заварених на равни лим. Механичке карактеристике добијених модела су одговарале теоријском концепту ортотропне плоче. Таква плоче су истовремено биле и коловозне плоче и појас главних носача [1]. Челичне ортотропне плоче су стекле велику популарност захваљујући повољном односу крутости и масе. Управо тај однос их чини посебно осјетљивим на динамичке утицаје. Према важећим прописима, динамички утицај се код друмских мостова уноси преко динамичког коефицијента који зависи од распона моста. У овом раду је извршено поређење једне такве квазидинамичке анализе и директне динамичке анализе примјеном метода коначних елемената. Прво је дато неколико напомена о обликовању ортотропних плоча те је усвојена геометрија предметне плоче. Потом је дат осврт на динамичку анализу комплексних система након чега су детаљно описана два типа примјене динамичке анализе. Добијени резултати су дискутовани те су изведени одређени закључци.

¹ мр Радомир Цвијић, дипл.инж. грађ., Универзитет у Бањалуци, Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет, Војводе Степе Степановића 77/3, Бањалука, Босна и Херцеговина,
е – mail: revijic@agfbl.org

² Доц. др Александар Борковић, дипл.инж. грађ., Универзитет у Бањалуци, Архитектонско-грађевинско-геодетски факултет, Војводе Степе Степановића 77/3, Бањалука, Босна и Херцеговина,
е – mail: aborkovic@agfbl.org

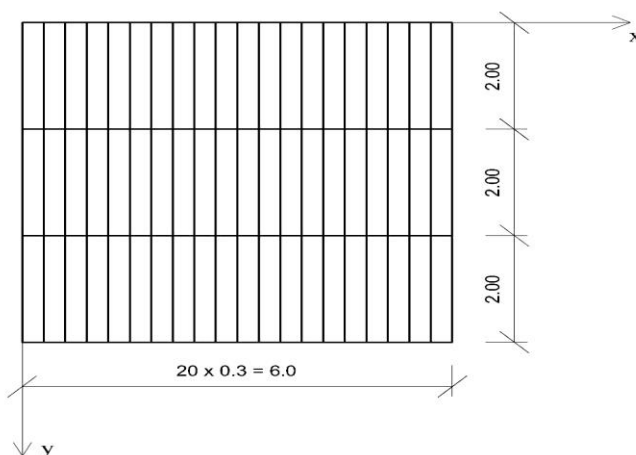
2. ОБЛИКОВАЊЕ ОРТОТРОПНИХ ПЛОЧА

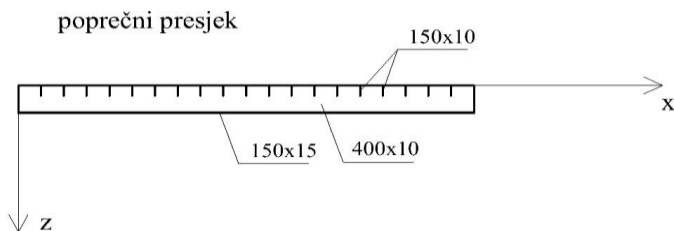
Челична ортотропна плоча се састоји од равног лима дебљине 12 до 20 mm укрупњеног низом подужних ребара на размаку од отприлике 300 mm која континуално пролазе кроз попречне носаче. Размак између попречних носача зависи од крутости подужних и креће се од 1800 па све до 4500 mm. Равни челични лим и попречни носачи се чврсто спајају са вертикалним зидовима главних носача. С обзиром на непрекинутост подужних ребара на спојевима са попречним, равни лим и подужна ребра конструкцијски чине широк појас главног носача. Попречни носачи су углавном обрнутог Т-пресека, док се подужна ребра изводе као отворена или затворена, слика 1.



Слика 1: Типичне ортотропне плоче: отворена и затворена подужна ребра

Однос размака подужних ребара (e) према дебљини коловозног лима (d) треба да износи $e/d \leq 25$. Подужна ребра ортотропне плоче изводе се на једнаким размацама e тако што пролазе кроз ребра попречних носача и за иста се заварују. Због веће отпорности на замор, обично се доњи појас подужних ребара не заварује [1, 2]. Према препорукама из литературе, са жељом да се добије што флексибилнија конструкција, усвојена је плоча диспозиције као на слици 2.





Слика 2: Диспозиција и попречни пресјек усвојене плоче

Дебљина коловозног лима је $t_p=15$ mm. Подужна ребра су вертикални лимови 150×10 mm постављена на размаку од по 300 mm. Попречна ребра су обрнутог Т пресјека, ребра 400×10 mm и ножице 150×15 mm. Постављена су два попречна ребра на размаку од по 2m.

Карактеристике материјала су $E=210$ GPa, $\nu=0.3$, $\rho=7.86$ t/m³.

Све ивице плоче су слободно ослоњене. Оваквим приступом остајемо на страни сигурности јер главни носач за који се попречни веже, сигурно не дозвољава ротацију каква је овдје моделирана. Задати су следећи гранични услови:

- помјерања у x , y и z правцу су спријечена свим ивицама равнoг лима
- крајњим пресјецима попречних носача су дозвољена помјерања у x правцу, а спријечена у y и z правцу, тј. у равни поречног пресјека
- крајњи пресјечи подужних ребара немају ослонаца.

3. ДИНАМИЧКА АНАЛИЗА

Према важећим прописима, динамички утицај се код друмских мостова уноси преко динамичког коефицијента који зависи од распона моста, [3]. Овакав приступ је све мање у употреби, с обзиром на доступност моћних софтверских алата.

Фактори који утичу на динамички одзив конструкције су маса (M), крутост (K), пригушење (C) и оптерећење (Q). Добро позната диференцијална једначина повезује све ове величине

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q \quad (1)$$

гдје су q , \dot{q} и \ddot{q} , редом, помјерање, брзина и убрзање конструкције.

С обзиром да се једначина кретања може поставити само за најједноставније геометрије, усваја се дискретни модел конструкције. Непрекидну средину апроксимирамо са коначним бројем тачака чија нам помјерања представљају основне непознате величине. Помјерања ван усвојених тачака, тј. унутар коначних елемената, се посредно одређују преко тачно дефинисаних интерполационих функција. Када је дискретан систем усвојен, све карактеристике система концентришемо у дефинисаним тачкама. Потом се добија систем спрегнутих диференцијалних једначина које се у пракси рјешавају методом модалне суперпозиције или директном интеграцијом.

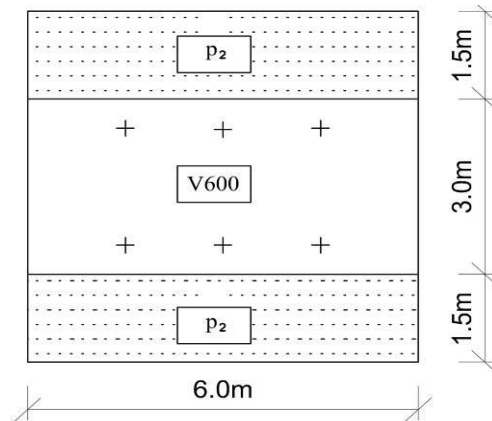
Примјеном метода модалне суперпозиције, систем од m спрегнутих једначина са m непознатих у стварним координатама трансформишемо у систем од m независних диференцијалних једначина са по једном непознатом у нормалним координатама. Након рјешавања тих m једначина, суперпозицијом рјешења по модовима добијамо тражена помјерања у стварним координатама.

Директна интеграција се заснива на истовременом рјешавању система једначина по временским инкрементима. Познавањем стања система у претходном тренутку одређује се положај система у сљедећем временском тренутку.

3.1 Увећање статичких утицаја динамичким фактором

Стално оптерећење на плочи чини сопствена тежина, хидроизолација, асфалтни застор, опрема моста итд. Усвојено је 2 kN/m^2 по цијелој површини плоче.

Корисно оптерећење је одређено на основу претпоставке да је у питању друмски мост преко кога пролази пут првог реда. Према важећим прописима [3], овакав мост се прорачунава по рачунској схеми 600 приказаној на слици 3.



Слика 3: Рачунска схема 600

Могуће је разматрати и положај возила уз пјешачку стазу. Тај положај би имао значајан утицај само на смичуће напоне у ребру попречног носача над ослонцем те је због једноставности одлучено да се разматра само положај возила на средини плоче.

Претпостављено је да се утицаји возила V600 на плочу не пренесе као концентрисане силе већ као расподијелена оптерећења по површини налијегања точка возила ($0.6 \times 0.2 \text{ m}$):

$$p_v = \frac{100}{0.6 \cdot 0.2} = 833.33 \text{ kN / m}^2$$

Занемарен је утицај распрострањања оптерећења кроз асфалтни застор. Сва корисна оптерећења која се налазе у главној траци моста, а која се уносе у прорачун плоче, морају се помножити динамичким коефицијентом K_d

$$K_d = 1.4 - 0.008L = 1.352$$

Тако се оптерећење од точкава возила V600 добија као

$$p_v = 833.33 \cdot 1.352 = 1126.67 \text{ kN/m}^2.$$

Равномјерно оптерећење изван главне траке је $p_2=3 \text{ kN/m}^2$.

Прорачун је спроведен у програму *Abaqus* (Абакус). Кориштен је четвороугаони коначни елемент S4R5 двоструко закривљене танке љуске, са 5 степени слободе по чвору и коначним мембранским деформацијама, [4]. Мрежа је варијала од 24000 до 40000 коначних елемената. Извршена је и геометријски нелинеарна анализа.

У табелама 1 и 2 су дате вриједности највећих нормалних напона затезања и угиба у карактеристичним тачкама:

w_{it} - угиб тачке плоче на средини плоче подужно, а у средини траке којом се креће точак

w_{sr} - угиб средње тачке плоче

σ_{npt} - нормални напон у ножици попречног носача на средини траке којом пролази точак

σ_{nns} - нормални напон у ножици на средини

σ_{ppt} - нормални напон у доњој ивици подужног ребра, подужно у средини а попречно у траци којом пролази точак

τ_{pro} - максимални смичући напон у ребру попречног носача над ослонцем

Табела 1: Утицаји у карактеристичним тачкама

Тип анализе	w_{it} [cm]	w_{sr} [cm]	σ_{nps} [kN/cm ²]	σ_{npt} [kN/cm ²]	σ_{ppt} [kN/cm ²]	τ_{pro} [kN/cm ²]
линеарно	1.57	1.57	22.26	25.00	16.23	5.41
нелинеарно	1.53	1.52	21.55	24.34	16.47	5.66

Максимални нормални напон у ножици прекорачује дозвољену вриједност за $\check{C}0563$ која је 24 kN/cm^2 . Овај напон би могао бити смањен на неколико начина, од којих је конструктивно прихватљиво повећање висине ребра попречног носача за 5 cm. Може се примијетити и мала разлика у резултатима добијеним линераном и нелинеарном анализом.

3.2 Директна динамичка анализа

3.2.1 Својствене вриједности

Својствене вриједности конструкције, представљају фундаменталну особину система. У случају побуде блиске сопственој фреквенцији, конструкција може добити велика помјерања или чак ући у резонанцију. Зато је битно пажљиво одабрати такву конструкцију чији модови неће бити побуђен ниједном од могућих побуда.

У циљу што тачнијег увида у динамичке карактеристике плоче, анализирана су три случаја масе конструкције:

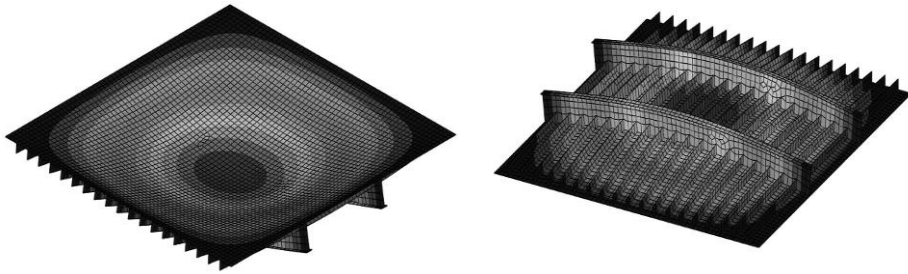
- челична конструкција ортотропне плоче
- челична конструкција и стално оптерећење

- челична конструкција, стално оптерећење и возило V600 на средини плоче.

Први мод за сва три случаја масе конструкције је приказан на слици 4.

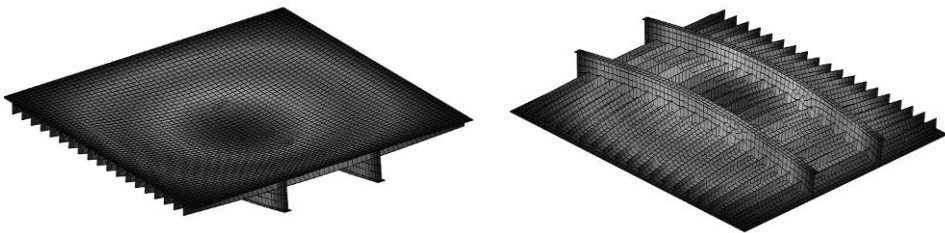
ортотропна плоча

$$\omega = 24.505 \text{ Hz} = 153.969 \text{ rad/s} \quad T = 0.040808 \text{ s} - \text{глобални мод}$$



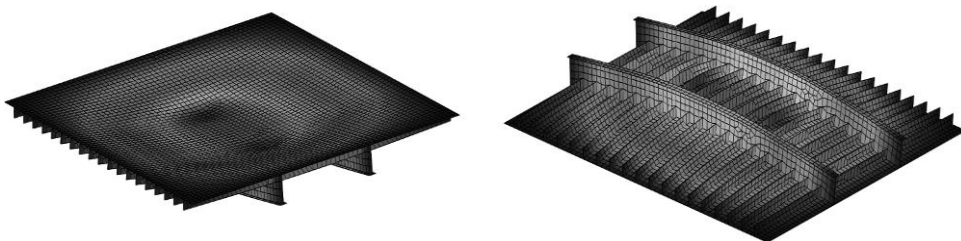
ортотропна плоча са масом од сталног оптерећења

$$\omega = 16.897 \text{ Hz} = 106.166 \text{ rad/s} \quad T = 0.0591821 \text{ s} - \text{глобални мод}$$



ортотропна плоча са масом од сталног оптерећења и возила V600

$$\omega = 5.174 \text{ Hz} = 32.509 \text{ rad/s} \quad T = 0.193274 \text{ s} - \text{глобални мод}$$



Слика 4: Својствене вриједности и облици плоче за различите случајеве масе

3.2.2 Динамички утицај преласка возила V600

Моделирање динамичког одзива конструкције усљед дејства покретног оптерећења је веома захтјеван посао. У литератури се могу пронаћи рјешења за једноставне конструкције и случајеве оптерећења. Тако, рецимо, у [5] се може наћи рјешење слободно ослоњене плоче оптерећене једном покретном концентрисаном силом. Рјешење је, као и у статисти, могуће примјеном тригонометријских редова само код плоча које имају двије наспрамне слободно ослоњене ивице.

Усљед комплексности проблема, кориштење дискретних метода се намеће као једини пут ка рјешавању динамичког одзива конструкција. Ипак, и моделирање оваквог оптерећења у комерцијалним МКЕ програмима често није једноставно.

Прелазак возила је моделиран на следећи начин. Прво су са обе стране ортотропне плоче дефинисане двије плоче, једна са које возило долази, и друга на коју наилази након преласка посматране плоче. Да би се смањило вријеме прорачуна и повећала тачност, обе додатне плоче имају велику крутост. Одмакнуте су од ортотропне плоче по 1 cm, и спријечени су им сви степени слободе кретања. Тачкови су моделирани као шест крутих плоча 60x20 cm. На цијелу плочу је нанијета равномерно подијељена маса од 0.2 t/m² а на тачкове по 83.33 t/m².

Прорачун се одвија у четири корака:

Почетни корак: тачковима су спријечене све транслације. Прелазним плочама су спријечени сви степени слободе помјерања. Ортотропна плоча је слободно ослоњена. Дефинисан је могући контакт између тачкова и трака у плочама по којима се тачкови крећу.

Први корак: ослобођена је транслација тачковима у z-правцу и нанијето је мало оптерећење (0.001 kN/m²) на све плоче које представљају тачкове, да би се успоставио чврст контакт између тачкова и плоче.

Други корак: Нанијето је комплетно оптерећење (6 x 833.33 kN/m²) на тачкове, као и стално оптерећење на равни лим од 2 kN/m², те по 3 kN/m² у споредним тракама.

Трећи корак: Ослобођена је транслација и задата брзина у у-правцу свим тачковима.

Анализирани су случајеви неколико брзина возила, а овдје се дају резултати за брзине од 60, 90 и 120 km/h. Након анализе утицаја преласка једног возила, моделиран је и прелазак два возила заредом. Растојање између возила је 2 m, што значи да је између осовина 4.8 m. Мало растојање је усвојено због комплексности моделирања плоча са којих возило наилази, односно силази.

Систем је анализиран имплицитном динамичком анализом, кориштењем директне интеграције. Општи метод директне интеграције имплементиран у Абакусу, користи Хилберт-Хјуз-Тејлоров оператор који представља уопштење трапезног правила, [4]. Овај оператор је имплицитан: матрица интеграције се инвертује, те се систем симултаних диференцијалних једначина динамичке равнотеже рјешава у сваком временском инкременту. Рјешење се тражи примјеном Њутновог метода. Највећа предност овог поступка јесте да је безусловно стабилан за линеарне системе. Кориштена је опција аутоматског бирања временског инкремента, са максималном вриједношћу од 0.02 s.

Једини вид пригушења који се може задати у оваквој анализи је Рејлијево пригушење. Оно се дефинише као пригушење материјала и задаје се пропорционално маси или крутости. У циљу добијања што већег динамичког одговора конструкције, пригушење је занемарено.

Дата анализа је веома проста са аспекта тачности моделирања утицаја преласка тако тешког возила преко мостовске плоче. Није обухваћено много фактора као што су: промјена брзине, трење котрљања, удар возила итд.

Добијени резултати су приказани у табелама 2 и 3. На сликама 5 и 6 су приказана два карактеристична утицаја при преласку једног и два возила.

Табела 2: Утицаји добијени преласком једног возила

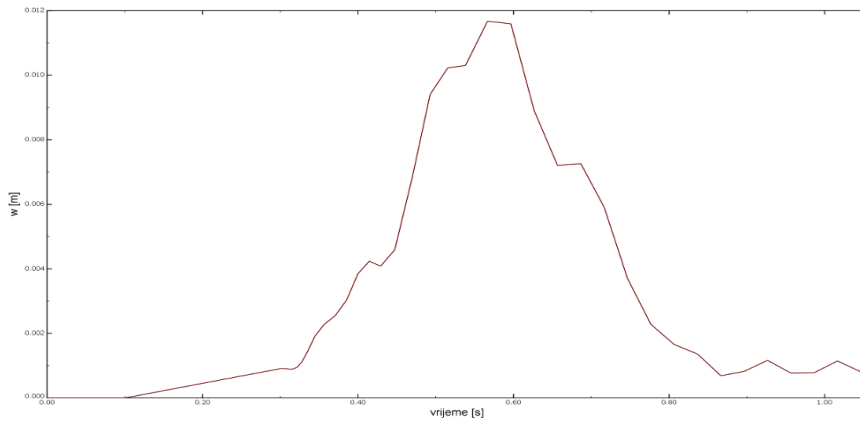
брзина	w_{it} [cm]	w_{sr} [cm]	σ_{nps} [kN/cm ²]	σ_{npt} [kN/cm ²]	σ_{ppt} [kN/cm ²]	τ_{pro} [kN/cm ²]
60 km/h	1.16	1.18	21.66	23.17	20.79	4.77
90 km/h	1.38	1.37	22.19	24.30	23.08	4.39
120 km/h	1.46	1.48	28.44	25.44	11.94	6.23

Табела 3: Утицаји добијени преласком два возила

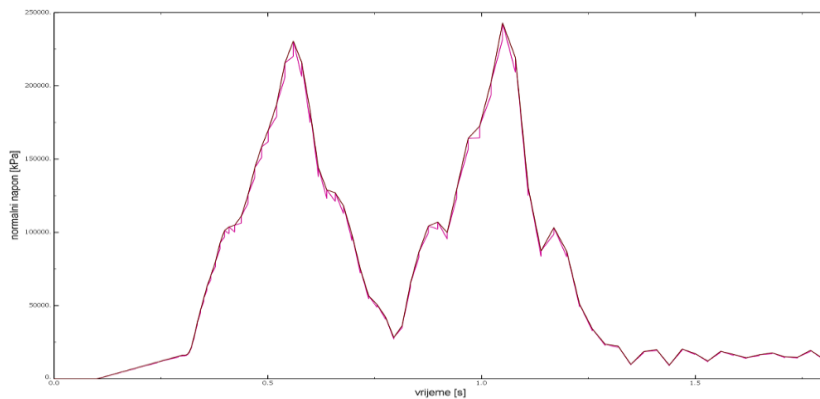
брзина	w_{it} [cm]	w_{sr} [cm]	σ_{nps} [kN/cm ²]	σ_{npt} [kN/cm ²]	σ_{ppt} [kN/cm ²]	τ_{pro} [kN/cm ²]
60 km/h	1.21	1.23	22.43	24.30	20.86	4.94
90 km/h	1.38	1.37	25.55	23.08	24.64	5.90
120 km/h	1.46	1.39	22.88	26.77	24.65	5.99

Уочава се да утицаји углавном расту са повећањем брзине. Резултати при проласку једног и два возила су слични. Нормални напони су већи код модела са два возила. Велики напон који се добија у подужном ребру при преласку једног возила брзином од 120 km/h је вјероватно грешка нумеричке природе, с обзиром да се на дијаграму јавља нагли скок ('пик'). Помјерања брзо конвергирају, док је за тачне напоне потребна много финија мрежа коначних елемената.

Сваки површински носач ће бити максимално побуђен при преласку силе тачно одређеном брзином – тзв. критичном брзином, [5]. Поступак одређивања те брзине је могућ за једноставне конструкције, док је за реалне потребно испитати велики број случајева. Поједини нелогични резултати, поред нумеричке природе прорачуна, могу бити и посљедица кретања возила брзином блиској критичној. Добијени резултати јасно указују да утицаји расту са повећањем брзине возила.



Слика 5: w_{it} при преласку једног возила брзином од 60 km/h



Слика 6: σ_{nri} при преласку два возила брзином од 60 km/h

4. ЗАКЉУЧАК

Динамичка побуа често има доминантан утицај на конструкцију. То је случај код веома крутих система који након побуде нису у стању да се ослободе акумулиране енергије сопственим вибрацијама те постоји могућност отказа. Проблем представља то што су динамичке побуде често стохастичког карактера (земљотрес, вјетар, удар...). Чак и код познатих функција оптерећења, динамичка анализа је веома комплексна те је скоро немогућа без примјене нумеричких метода.

Задана побуа (прелазак возила) на разматраној плочи не може изазвати знатно веће утицаје од оних који се добију увећањем статичких утицаја динамичким фактором. При прорачуну вишег нивоа тачности потребно је узети у обзир и утицај удара при наиласку возила на плочу, коефицијент храпавости подлоге, утицај више возила која се крећу различитим брзинама, промјене брзине итд.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Драгутин Хорватић, Златко Шавор, Метални мостови, ХДГК, Загреб, **1998**.
- [2] Драган Буђевац, Драгослав Стипанић, *Челични мостови*, ГК, Београд, **2002**.
- [3] *Збирка Југословенских правилника и стандарда за грађевинске конструкције – Дејства на конструкције*, Грађевински факултет Универзитета у Београду, Београд, **1995**.
- [4] ABAQUS User's Manuals Version 6.7, Simulia, USA, **2007**
- [5] Ladislav Fryba, *Vibrations of solids and structures under moving load*, Thomas Telford, London, **1999**.

EXAMPLE OF DYNAMIC ANALYSIS OF ORTHOTROPIC STEEL BRIDGE PLATE

Summary: This paper presents brief dynamic analysis of one typical steel bridge orthotropic plate. Geometry and load data are adopted according to recommendations from the literature. Calculation is performed using the Finite element method where the commercial software package Abaqus is used. Dynamic load due to vehicle crossing is modeled via six weighted rigid plates with dimensions equal to the contact surface between the wheel and the plate.

Obtained results suggest that the main impact on the structural response comes from the speed of the vehicle. Influence of the crossing of the second vehicle was negligible in presented analysis.

Keywords: *dynamic analysis, orthotropic plate, finite element method, Abaqus*