

## РАСПОРЕД КОНЦЕНТРАЦИЈЕ ВАЗДУХА ПО ДУБИНИ У СТЕПЕНАСТОМ БРЗОТОКУ

Даница Старицац<sup>1</sup>  
Будо Зиндовић<sup>2</sup>  
Предраг Војт<sup>3</sup>  
Љубодраг Савић<sup>4</sup>  
Радомир Капор<sup>5</sup>

УДК: 627.131

DOI: 10.14415/konferencijaGFS2014.080

**Резиме:** У овом раду се анализира примена постојећих емпиријских формула за процену концентрације ваздуха на степенастом брзотоку, на основу података са мерења, које су спроведена на физичком моделу степенастог брзотока.

**Кључне речи:** Степенасти брзоток, концентрација ваздуха, једнолико течење

### 1. УВОД

При струјању воде преко неравне површине степенастог брзотока значајан део механичке енергије претвара се у топлотну, па се димензије умирујућег базена, у подножју бране, могу смањити, или се базен може изоставити. Због великих уштеда, које се тако остварују, највећи број брана од ваљаног бетона гради се управо на овај начин.

Струјање на степенастом брзотоку је врло сложено и зависи од вредности многих параметара. Постоје два типа струјања, која се могу остварити: скоковити и клизећи ток. Код скоковитог тока, вода у млазу пада преко ивице степеника на дно низводног степеника, на коме се ствара потпуни или непотпуни хидраулички скок. Код клизећег тока млаз остаје јединствен, а претварање механичке енергије у топлотну се остварује вртложним током воде, у простору ограниченом контуром степеника и доњом површином млаза. Са гледишта умирења, скоковит ток је ефикаснији од клизећег, али се избегава при већим протицајима и падовима због

<sup>1</sup> Даница Старицац, дипл. инж. грађ., Институт за водопривреду "Јарослав Черни", Јарослава Черног 80, Пиносава-Београд, тел: 011 39 07 911, е – mail: [danica.starinac@jcerni.co.rs](mailto:danica.starinac@jcerni.co.rs)

<sup>2</sup> Будо Зиндовић, дипл. инж. грађ., Универзитет у Београду - Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд, тел: 011 33 70 206, е – mail: [bzindovic@hikom.grf.bg.ac.rs](mailto:bzindovic@hikom.grf.bg.ac.rs)

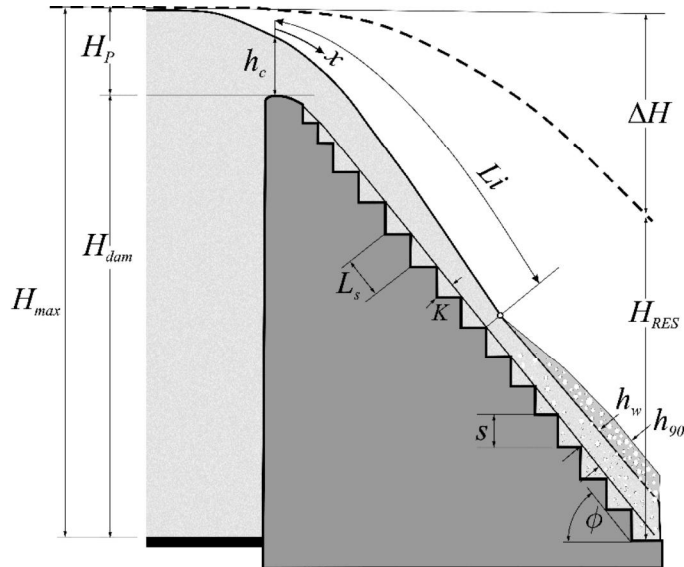
<sup>3</sup> Предраг Војт, дипл. инж. грађ., Институт за водопривреду "Јарослав Черни", Јарослава Черног 80, Пиносава-Београд, тел: 011 39 07 911, е – mail: [predrag.vojt@jcerni.co.rs](mailto:predrag.vojt@jcerni.co.rs)

<sup>4</sup> Проф. др Љубодраг Савић, дипл. инж. грађ., Универзитет у Београду - Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд, тел: 011 32 18 556, е – mail: [ljsavic@grf.bg.ac.rs](mailto:ljsavic@grf.bg.ac.rs)

<sup>5</sup> В.проф. др Радомир Капор, дипл. инж. грађ., Универзитет у Београду - Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд, тел: 011 32 18 556, е – mail: [rkapor@hikom.grf.bg.ac.rs](mailto:rkapor@hikom.grf.bg.ac.rs)

динамичких оптерећења, као и због велике дужине брзотока који се захтева. У овој анализи разматраће се искључиво клизећи ток.

Почев од круне прелива, дуж тока, гранични слој повећава дебљину, да би на неком растојању,  $L_i$ , достигао слободну површину воде (Слика 1). Низводно од тог места, услед изражене турбуленције долази до интензивног увлачења ваздуха, тако да настаје мешавина воде и ваздуха (двофазни флуид).



Слика 1. Основне величине за прорачун степенастог брзотока [2]

Описане појаве дешавају се на сваком брзотоку, само је на степенастом брзотоку мешање воде и ваздуха интензивније него на обичном брзотоку. Према теорији отворених токова дубине силовитог струјања се смањују у низводном правцу све док се дубина воде не изједначи са нормалном дужином. Међутим, на месту где гранични слој избија на слободну површину, дубина воде почиње да се повећава због мешања са ваздухом.

Осим што утиче на повећање дубина у брзотоку, присуство ваздуха смањује опасности од кавитационе ерозије. Из ових разлога, процена концентрације ваздуха у води је веома значајна тема.

## 2. ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ЗА ПРОРАЧУН КОНЦЕНТРАЦИЈЕ ВАЗДУХА У АЕРИСАНИМ ТОКОВИМА

Велики број аутора бавио се мерењима концентрације ваздуха у степенастом брзотоку. На основу резултата њихових студија, изведене су формуле за распоред концентрације ваздуха [1].

Експериментално је доказано да се мешавина воде и ваздуха понаша као хомогени флуид (тече) све док концентрација ваздуха не пређе 90% ( $C < 0,9$ ), после чега се

практично претвара у спреј. Из тог разлога ова концентрација ваздуха се узима као референтна за одређивање карактеристика течења двофазног флуида.

Концентрација ваздуха у води изражава се као однос протицаја ваздуха и протицаја мешавине воде и ваздуха и променљива је по дубини и дуж тока.

Карактеристична дубина мешавине воде и ваздуха дефинише се као дубина до нивоа на коме је концентрација ваздуха једнака 0,9 односно:

$$d = \int_0^{Y_{90}} (1 - C) dy \quad (1)$$

где је:  $Y_{90}$  – карактеристична дубина воде на којој је концентрација ваздуха једнака 0,9, а  $y$  – растојање мерено нормално на струјнице, од фиктивног дна, које је одређено "врховима" степеника.

Уз наведене претпоставке, распоред концентрације ваздуха по дубини се може аналитички проценити. За једнолико течење, једначина континуитета за ваздух у мешавини воде и ваздуха може се написати као:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( D_t \frac{\partial C}{\partial y} \right) = \cos \phi \frac{\partial}{\partial y} (u_r C) \quad (2)$$

где је:  $D_t$  – турбулентна дифузивност,  $u_r$  – брзина кретања мехурића,  $\cos \phi$  – нагиб брзотока. Заменом израза за брзину кретања мехурића у флуиду густине  $\rho_w (1-C)$  у једначини (2) и њеном интеграцијом добија се градијент концентрације [1] по релативној дубини  $y' = y/Y_{90}$ , који је одређен параметрима  $D'$  (бездимензионална турбулентна дифузивност) и  $K'$  (бездимензионална константа интеграције).

Ако се претпостави да се турбулентне карактеристике не мењају дуж попречног пресека ( $D' = const$ ), што одговара реду са ознаком (1) у Табели 1, за концентрацију се добија израз у првој колони. У последњој колони дата је веза између параметара  $D'$  и  $K'$ , која се добија за услове  $C = 0,9$  и  $y' = 1$ . Такође, дефинише се и веза између параметра  $D'$  и осредњене концентрације  $C_{mean}$ . На сличан начин изведени су и остали изрази за прорачун распореда концентрације ваздуха, дати у Табели 1.

### 3. АНАЛИЗА ПРИМЕНЕ ЕМПИРИЈСКИХ ИЗРАЗА НА ПРИМЕРУ САМОСТАЛНИХ МЕРЕЊА

Током 2013.године, у Хидрауличкој лабораторији Института за водопривреду "Јарослав Черни" у Београду, спроведена су хидрауличка моделска испитивања бране Бузина, са степенастим брзотоком [3]. Испитивања су рађена на физичком моделу у размери за дужине 1:40, у Фрудовој сличности. Поред осталих испитивања, урађена су и мерења концентрације ваздуха у води, за потребе одређивања брзина у степенастом брзотоку. Конструисан је сензор за мерење концентрације

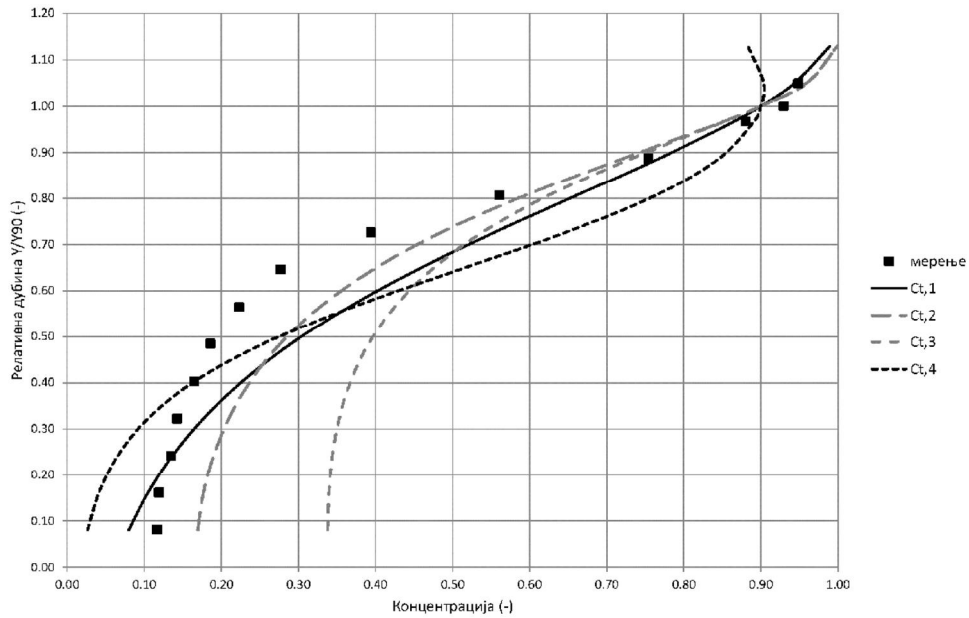
ваздуха у води и брзине двофазног флуида у брзотоку, путем мерења електропроводности [3].

За потребе овог рада анализирају се подаци добијени мерењима концентрације у вертикалама на 52. степенику брзотока. Разматрају се три серије мерења – за вредности јединичног протока  $q = 0,0949, 0,1304$  и  $0,1739 \text{ m}^2/\text{s}$ .

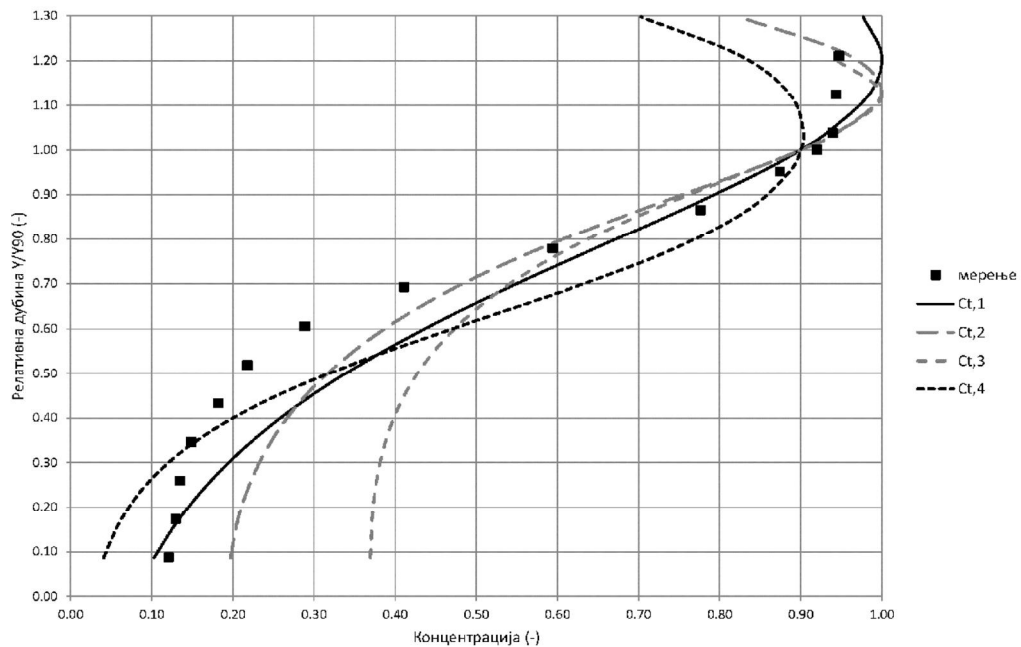
Табела 1. Емпиријски изрази за прорачун концентрације ваздуха [1]

C	D'	Domain of applications	Remarks
$0.9 * \sqrt{\frac{y}{Y_{90}}}$	$\frac{2}{0.9^2} * C^2 * \sqrt{1 - C}$	Transition flow (a)	$C_{\text{mean}} = 0.60.$
$K''' * \left(1 - \exp\left(-\lambda * \frac{y}{Y_{90}}\right)\right)$	$\frac{C * \sqrt{1 - C}}{\lambda * (K''' - C)}$	Transition flow (a)	$K''' = \frac{0.9}{1 - \exp(-\lambda)}$ $C_{\text{mean}} = K''' - \frac{0.9}{\lambda}$ Note : $C_{\text{mean}} > 0.45$
$1 - \tanh^2\left(K' - \frac{y/Y_{90}}{2 * D'}\right)$	Constant	Self-aerated flow, skimming flow (a)	CHANSON (1995b,1997b) $K' = K^* + \frac{1}{2 * D'}$ $K^* = \tanh^{-1}(\sqrt{0.1}) = 0.32745015...$ $C_{\text{mean}} = 2 * D' * \left(\tanh\left(K^* + \frac{1}{2 * D'}\right) - \tanh(K^*)\right)$
$1 - \tanh^2\left(K' - \frac{(y/Y_{90})^2}{4 * \lambda}\right)$	$\frac{\lambda}{y/Y_{90}}$	Self-aerated flow	$K' = K^* + \frac{1}{4 * \lambda}$ $K^* = \tanh^{-1}(\sqrt{0.1}) = 0.32745015...$ $C_{\text{mean}} = \frac{1.7637E-3 + 0.8643 * \lambda^{1.69}}{0.09547 + \lambda^{1.69}}$
$1 - \tanh^2\left(K' - \frac{(y/Y_{90})^{n+1}}{2 * (n+1) * \lambda}\right)$	$\frac{\lambda}{(y/Y_{90})^n}$	Self-aerated flow	$K' = K^* + \frac{1}{2 * (n+1) * \lambda}$ $K^* = \tanh^{-1}(\sqrt{0.1}) = 0.32745015...$
$1 - \tanh^2\left(K' - \frac{y/Y_{90}}{2 * D_0} + \frac{\left(\frac{y}{Y_{90}} - \frac{1}{3}\right)^3}{3 * D_0}\right)$	$\frac{D_0}{1 - 2 * \left(\frac{y}{Y_{90}} - \frac{1}{3}\right)^2}$	Skimming flow (a)	$K' = K^* + \frac{1}{2 * D_0} - \frac{8}{81 * D_0}$ $K^* = \tanh^{-1}(\sqrt{0.1}) = 0.32745015...$ $C_{\text{mean}} = 0.7622 * (1.0434 - \exp(-3.614 * D_0))$

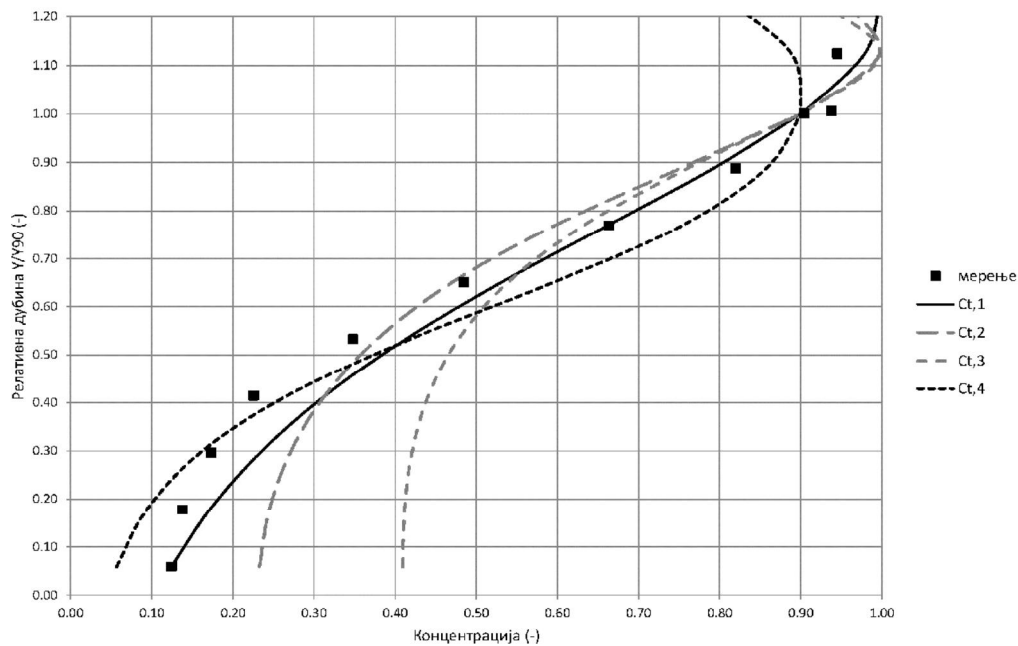
На основу измерених концентрација ваздуха у води, срачунате су вредности концентрација према једначинама датим у Табели 1, при чему су коришћене означене групе формула (бројеви (1) до (4)), применљиве на клизећи ток. Резултати су приказани на Сликама 2, 3 и 4, заједно са резултатима мерења.



Слика 2. Распоред концентрације ваздуха по дубини,  $q = 0,0949 \text{ m}^2/\text{s}$



Слика 3. Распоред концентрације ваздуха по дубини,  $q = 0,1304 \text{ m}^2/\text{s}$



Слика 4. Распоред концентрације ваздуха по дубини,  $q = 0,1739 \text{ m}^2/\text{s}$

На основу приказаних дијаграма може се закључити да се предложене криве релативно добро поклапају са резултатима мерења. Разлике између појединих кривих највише су уочљиве при мањим концентрацијама ваздуха и мањим релативним дубинама, док се у опсегу концентрација од око 0,5 до 0,9 бележе приближно једнаке вредности.

На основу поређења збира квадрата одступања израчунатих и мерених вредности, закључује се да крива (2) има најмање квадратно одступање ( $\sigma^2 = 0,086$ ), па према томе најтачније одговара мерењима. Крива (1) такође даје доста добру процену ( $\sigma^2 = 0,099$ ), као и крива (4) ( $\sigma^2 = 0,157$ ), док крива (3) има највеће квадратно одступање ( $\sigma^2 = 0,365$ ).

#### 4. ЗАКЉУЧАК

Емпиријски изрази, анализирани у овом раду, могу пружити релативно добру процену распореда концентрације ваздуха по дубини степенастог брзотока, посебно за веће концентрације ваздуха, али се морају врло пажљиво примењивати. Сложени услови течења који настају на оваквим објектима и чињеница да је скоро сваки степенasti брзоток јединствен, захтевају детаљније дефинисање вредности параметара који фигуришу у поменутих изразима. Испитивања осетљивости емпиријских формула на геометријске и хидрауличке карактеристике, свакако би допринела новим сазнањима и унапређењу постојећих формула.

## ЗАХВАЛНОСТ

Овај рад је подржан од стране Министарства просвете и науке Републике Србије у оквиру пројеката ТР 37009, 37010 и 37014.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Chanson, H., Toombes, L.: *Experimental Investigations of Air Entrainment in Transition and Skimming Flows down a Stepped Chute-Application to Embankment Overflow Stepped Spillways*, Research Report No. Ce 158, Department Of Civil Engineering, The University Of Queensland, **2001**.
- [2] Капор, Р., Савић, Љ., Зиндовић, Б., Жугић, Д., Старицац, Д., Војт, П.: *Хидрауличка анализа струјања на степенастом брзотоку*, Грађевински календар 2014, Савез грађевинских инжењера Србије, Београд, **2013.**, стр.70-127.
- [3] Старицац, Д.: *Хидрауличка моделска испитивања бране Бузина - Коначан извештај*, Институт за водопривреду "Јарослав Черни", Београд, **2013**.

## AIR CONCENTRATION DISTRIBUTION ON STEPPED SPILLWAY

**Summary:** *This paper analyses implementation of the existing empirical formulas for estimating the concentration of air in the stepped chute, based on data from the measurements that are performed on a scale model of the stepped chute.*

**Keywords:** *Stepped spillway, air concentration, uniform flow*