

РАЧУНАРСКА СИМУЛАЦИЈА РЕКОНСТРУКЦИЈЕ „ПОБУДА – ОДЗИВ“ 1Д ДИНАМИЧКОГ МОДЕЛА ПРИМЕНОМ FFT и IFFT ТРАНСФОРМАЦИЈА

Илија М. Миличић¹
Александар Прокић²
Ђорђе Лађиновић³

УДК: 004.942 : 531.3

DOI:10.14415/konferencijaGFS 2016.022

Резиме: У овом раду применом рачунарске апликације MathCAD са алгоритмима Фуријеве трансформације (FFT и IFFT) симулирају се реконструкције побуде (спољашња померања) и одзива (померања) у функцији наметнутог односа њихових амплитуда учестаности кретања у подручју резонанције. Како је ово подручје недопустиво за носаче грађевинских конструкција, показано је да и за коефицијент поремећаја једнак јединици долази до нумеричког отказивање у резултатима симулације одзива моделираног функцијом преноса предложене од стране И.М.Миличић, 2015.

Кључне речи: 1Д модел, симулација, побуда, одзив, функција преноса, померања

1. УВОД

Тестирање грађевинских конструкција – носача при динамичким дејствима је веома сложена активност у грађевинском конструкторству. Међутим, сваком тестирању предходи процедура припреме и израде Програма испитивања у коме се поред осталог обавезно проверава:

- појектом третирају статички и динамички модел конструкције
- пројектовано рачуноско оптерећење
- врши избор метода, опреме и тачности регистровања мерених величина
- спроводи врификација пројектом третираног модела констркције, итд.

при чему се све ове, као и друге овде не поменуће радње квалификују вештинама које поседује стручно лице које руководи испитивањем конструкција. Дакле, правилно одабрано и нането пробно оптерећење у експерименту, односно теоријски еквивалентног дејства у теоријској анализи даје поуздане податке при доношењу закључака у погледу стања понашања конструкције у експлоатацији.

¹ Проф.др Илија М. Миличић, дипл.инж.грађ., Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет Суботица, Козарачка 2а, 24000 Суботица, Република Србија, е – mail: milicic@gf.uns.ac.rs

² Проф.др Александар Прокић, дипл.инж.грађ., Универзитет у Новом Саду, Грађевински факултет Суботица, Козарачка 2а, 24000 Суботица, Република Србија, е – mail: aprokic@eunet.rs

³ Проф.др Ђорђе Лађиновић, дипл.инж.грађ., Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Др Симе Милошевића 12, 21000 Нови Сад, Република Србија, е – mail: ladjin@uns.ac.rs

Због тога, реално имамо један интегрални осцилујући систем „носачи + пробно оптерећење + окружење“ при тестирању, док је могући модел тог система „носачи + пробно оптерећење“ у теоријској анализи приказане рачунарске симулације.

2. РАЧУНАРСКА СИМУЛАЦИЈА

Рачунарска симулација, као метод, у овом раду указује на могућа стања одзива 1Д динамичког модела са једним степеном слободе кретања побуђен спољашњим померањима. Симулациони модел, теоријски моделиран у [1], овде се симулацијама (тестирањем модела) проверава, односно спроводи његова валидација услед једнофреквентне спољашње побуде (сл. 1).

Математички модел симулације је диференцијална једначина (1), чије решење (2) укључује и функцију преноса „одзив-побуда“ (3),

$$m \cdot \ddot{x}(t) + b \cdot \dot{x}(t) + c \cdot x(t) = c \cdot \Delta(t) \quad (1)$$

$$x(t) = A_i \cdot P(\psi_i) \cdot \cos(\Omega_i \cdot t + \theta_i) \quad (2)$$

$$P(\psi) = \frac{x(t)}{\Delta(t)} = \frac{1}{\sqrt{(1-\psi^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot \psi)^2}} \quad (3)$$

при чему, се тражи резултат када је однос сопствених учестаности побуде и одзива $\psi = \Omega / \omega = 1.0$. Запажамо да резултат такве симулације **не постоји**.

Међутим, даље приказани резултати дати су за однос сопствених учестаности близак јединици – подручје резонанције. Постављена рачунарска симулација је спроведена програмом MathCAD, методолошки уређена тако да се може коректно пратити.

2.1 УЛАЗНИ ПОДАЦИ МОДЕЛА ЗА СИМУЛАЦИЈУ

$$\begin{aligned} m &:= 640 \text{ kg} & N &:= 256 \\ \xi &:= 0.1 & t_{max} &:= 2 \text{ s} & \Delta t &:= \frac{t_{max}}{N} \\ c &:= 1.0 \cdot 10^5 \frac{N}{m} & i &:= 0..(N-1) & t_i &:= i \cdot \Delta t & \Delta t &= 0.007813 \end{aligned}$$

срачунавање природне учестаности и физичког пригушење 1Д модела

$$\omega := \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \omega = 12.5 \frac{1}{s} \quad f := \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad f = 1.99 \frac{1}{s}$$

$$b := 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \xi \quad b = 1.6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad \omega_d := \omega \cdot \sqrt{(1 - \xi^2)} \quad \omega_d = 12.44 \frac{1}{\text{s}}$$

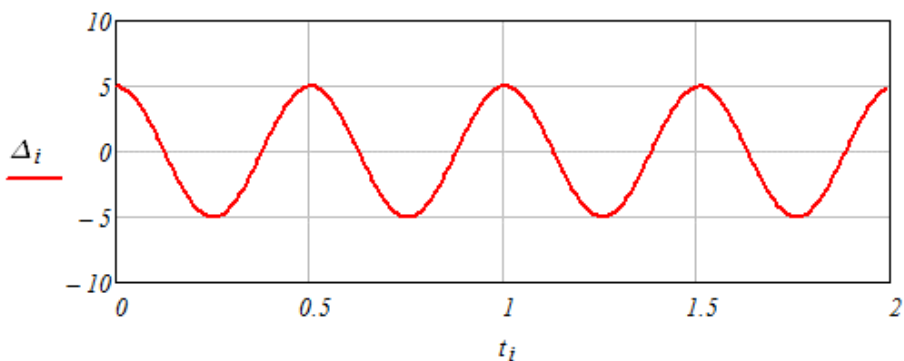
$$f_d := \frac{\omega_d}{2 \cdot \pi} \quad T_d := \frac{1}{f_d} \quad T_d = 0.505 \text{ s} \quad \frac{T_d}{10} = 0.0505$$

једнофреквентни улазни подаци модела

$$A_1 := 5 \text{ mm} \quad \Omega_1 := \frac{9.999}{10} \cdot \omega$$

побуда модела

$$\Delta_i := A_1 \cdot \cos(\Omega_1 \cdot t_i)$$



Слика 1 – Задато померање 1Д модела – побуда

2.2 СИМУЛАЦИЈА

Општи облик једначине кретања модела

$$x(t) = X_1 \cdot \cos(\Omega_1 \cdot t + \theta_1)$$

амплитуда одзива: $X_i = \frac{c}{c} \cdot A_i \cdot P(\psi_i)$

коэффициент поремећаја: $\psi_i = \frac{\Omega_i}{\omega} \quad i = 1$

срчунавање параметара одзива система:

$$\psi_1 := \frac{\Omega_1}{\omega} \quad \psi_1 = 0.9999$$

$$P(\psi_1) = 5 \quad \theta_1 := \theta(\psi_1)$$

$$X_1 := \frac{c}{c} \cdot A_1 \cdot P(\psi_1) \quad X_1 = 25.0025 \quad \theta_1 \cdot \frac{180}{\pi} = -89.9427$$

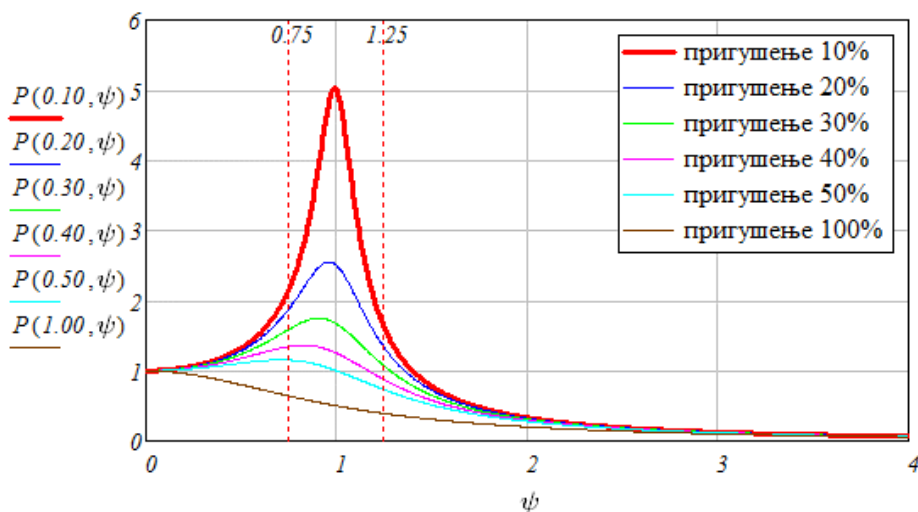
однос амплитуда, одзив - побуда

$$\frac{X_1}{A_1} = 5 \quad X_1 > A_1$$

Фреквентни опсег амплитуда и фазни угао одзива функције преноса је

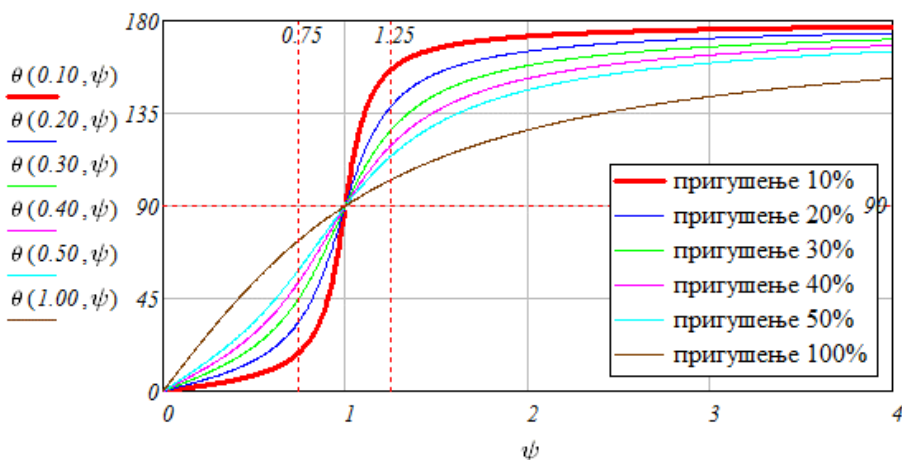
$$P(\xi, \psi) := \frac{1}{\sqrt{(1 - \psi^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot \psi)^2}} \quad \text{највећа амплитуда } P(\xi, 1) = 5$$

$$\frac{1}{2 \cdot \xi} = 5$$



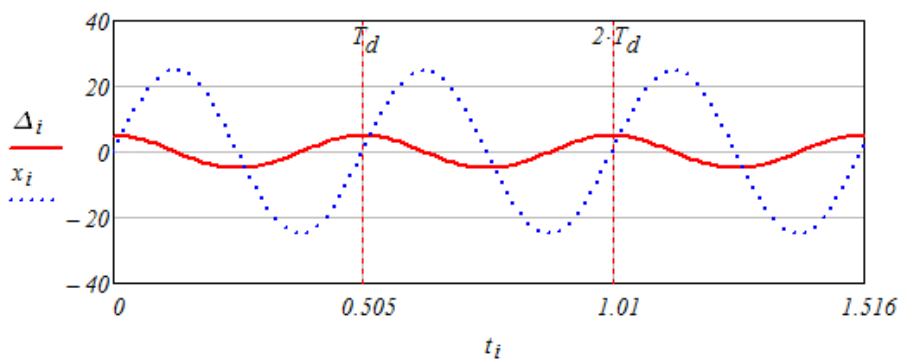
Слика 2 – Спектар амплитуда функције преноса одзив – побуда

$$\theta(\xi, \psi) := \begin{cases} \theta \leftarrow -\text{atan}\left(\frac{2 \cdot \xi \cdot \psi}{1 - \psi^2}\right) \\ \theta \leftarrow \theta - \pi \text{ if } \psi > 1 \\ \text{return } \theta \end{cases} \quad \underline{\underline{\theta}}(\xi, \psi) := -\theta(\xi, \psi) \cdot \frac{180}{\pi}$$



Слика 3 – Спектар фазне разлике функције преноса одзив – побуда
Једначина кретања модела

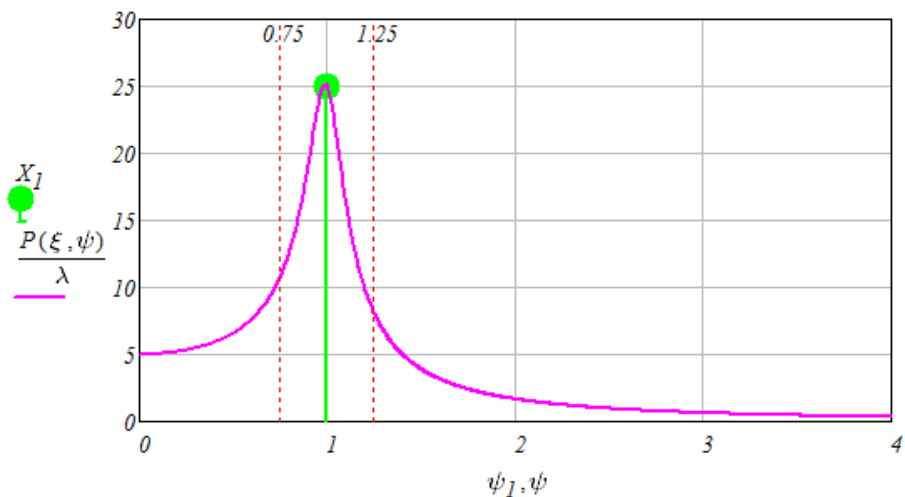
$$x_i := X_I \cdot \cos(\Omega_I \cdot t_i + \theta_I)$$



Слика 4 – Кретање 1Д динамичког модела (побуда – одзив)

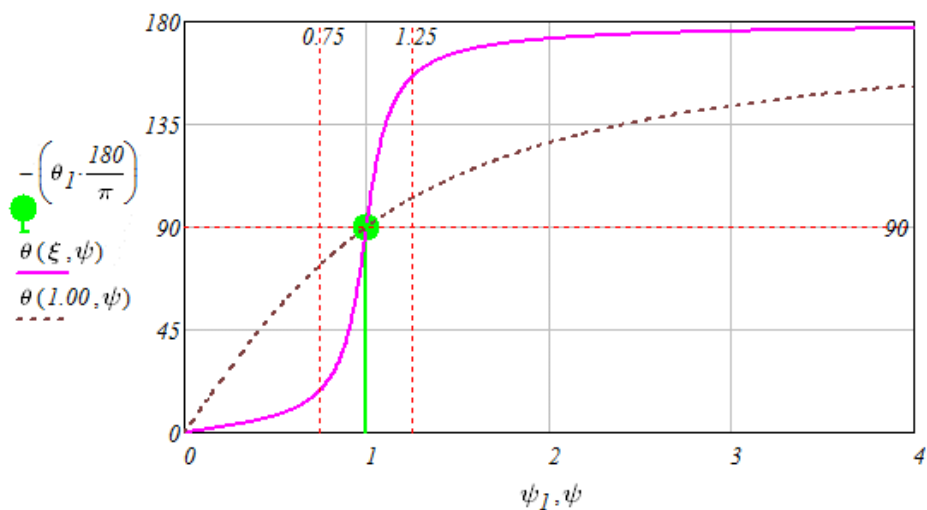
Амплитуда и фазни угао одзива модела:

$$\text{амплитуда } \underline{\underline{P}}(\xi, \psi) := \frac{1}{\sqrt{(1 - \psi^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot \psi)^2}} \quad \text{фактор скалирања } \lambda := \frac{1}{A_I}$$



Слика 5 – Амплитуда одзива 1Д модела од задатих померања

$$\text{фазни угао } \theta(\xi, \psi) := \begin{cases} \theta \leftarrow -\text{atan}\left(\frac{2 \cdot \xi \cdot \psi}{1 - \psi^2}\right) \\ \theta \leftarrow \theta - \pi \text{ if } \psi > 1 \\ \text{return } \theta \end{cases} \quad \theta(\xi, \psi) := -\theta(\xi, \psi) \cdot \frac{180}{\pi}$$



Слика 6 – Фазни угао одзива 1Д модела од задатих померања

Према томе, на (сл. 5) и (сл. 6), показује се део задатка рачунарске симулације, у којој имамо кретање модела у подручју резонанције.

3. РЕКОНСТРУКЦИЈА ПОБУДЕ И ОДЗИВА 1Д МОДЕЛА

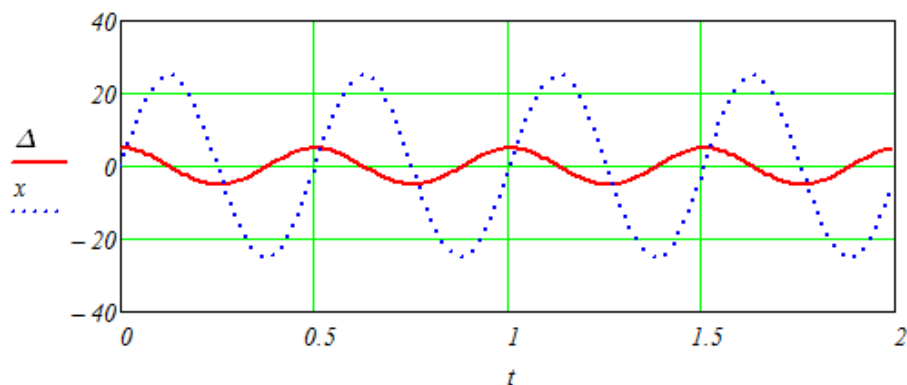
Подаци мерења региструју се на различите начине тако да је у рачунарским симулацијама над њима неопходно спровести одређени математички поступак. Поједине величине прикупљамо континуално у времену, док неке од њих региструјемо у одређеним интервалима времена. Према томе, ово у првом реду зависи од стања уређаја, опреме и средстава за мерење и регистровање величина.

Међутим, када је обрада резултата саставни део мониторинга конструкција, (праћењем величине нпр. померања,...), онда је промена померања непрегледно регистрована у времену. Због ове могуће ситуације спроведено је ово истраживање са задатком реконструкције одзива. Одабрани подаци у овом раду се математички пресликавају функцијом из временског у фреквентни домен применом алгоритма Фуријевих трансформација са рачунарским програмом MathCAD. Програм подржава два алгоритма трансформација, и то из:

- временског у фреквентни домен – FFT алгоритам, и
- фреквентног у временски домен – IFFT алгоритам.

У истраживању други алгоритам (IFFT) примењен је за контролу резултата, односно то је инверзна трансформација првог алгоритма у овој рачунарској симулацији.

3.1 ПРИМЕНА „FFT“ АЛГОРИТМА

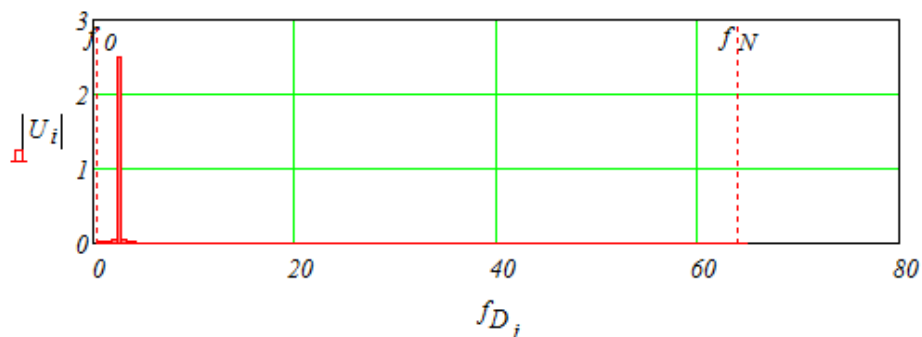


Слика 7 – Временски домен – кретање 1Д динамичког модела

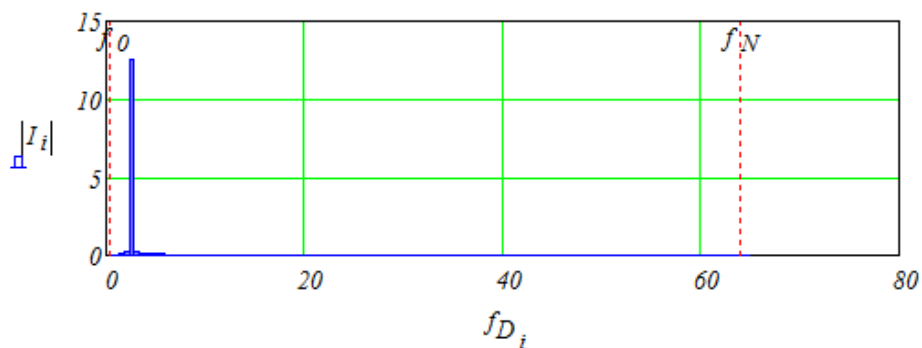
$$\text{Побуда: } U := FFT(\Delta)$$

$$\text{Одзив: } I := IFFT(x)$$

$$i := 0.. \left(\frac{N}{2} \right) \quad f_{\omega 0} := \frac{1}{t_{max}} \quad f_N := \frac{N}{2 \cdot t_{max}} \quad f_{D_i} := (i + 1) \cdot f_0$$

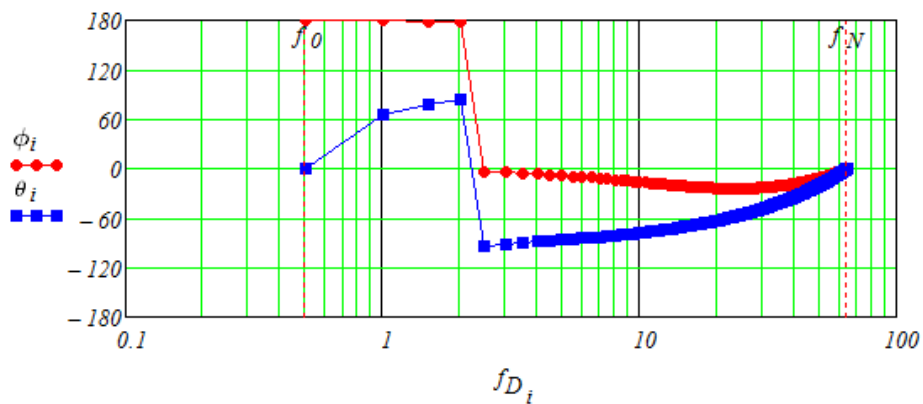


Слика 8 – Фреквентни домен – спектар амплитуда побуде модела

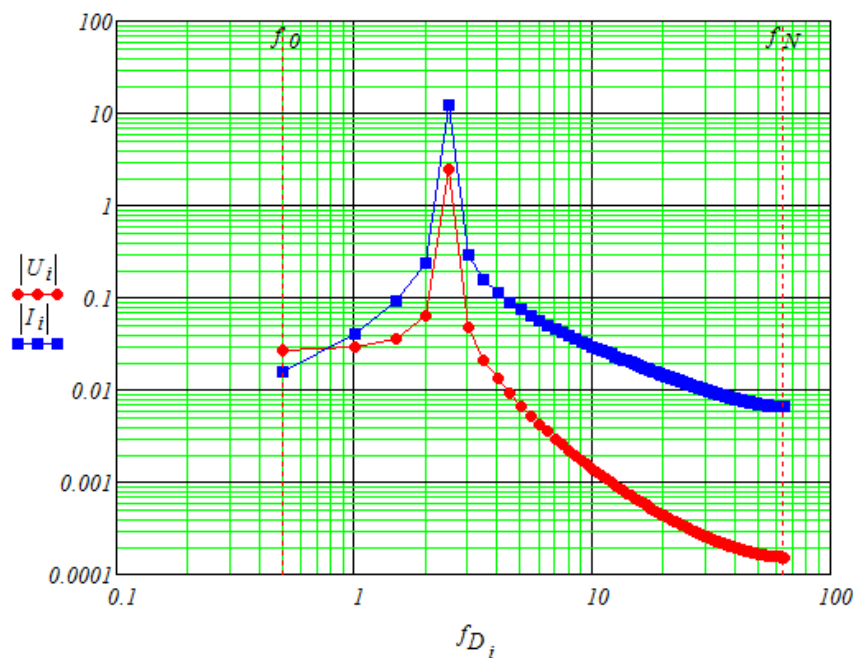


Слика 9 – Фреквентни домен – спектар амплитуда одзива модела

$$\phi_i := \arg(U_i) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \theta_i := \arg(I_i) \cdot \frac{180}{\pi}$$



Слика 10 – Фазни углови побуде (ϕ_i) и одзива (θ_i)



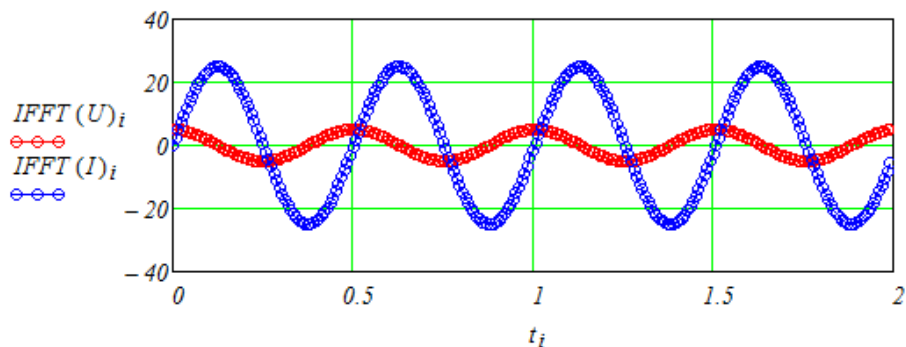
Слика 11 – Подручје резонанције – амплитуде побуде и одзива (log)

3.2 ПРИМЕНА „IFFT“ АЛГОРИТМА

Алгоритам IFFT послужио је за контролу спроведене FFT трансформације (побуде и одзива), пресликавајући фреквентни домен побуде (сл.8) и одзива (сл. 9) у временски домен (сл. 12), апроксимацијом реда са $N=2^8 = 256$ тачака.

Контрола резултата

$$i := 0..(N - 1)$$



Слика 12 – Временски домен – побуда и одзив – инверзна трансформација

4. ЗАКЉУЧАК

На основу приказане рачунарске симулације 1Д динамичког модела система са једним степеном слободе кретања са отпором подлоге показано је да:

- за поремећај $\psi = 1.0$ не може да има кретање.
- функција преноса „одзив-побуда“ дата у [1] технички коректна.
- алгоритми Фуријеве трансформације, дају високу тачност пресликавања амплитуда померања у фреквентни домен, и обрнуто (сл. 7 и сл. 12).
- имамо широку могућност истраживања параметара модела у интеракцији са другачијим наметнутим функцијама спољашњих дејстава.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Миличић, М.И., Романић, Ј.М.: Теоријска анализа динамичких утицаја 1Д модела побуђеног дејством спољашњих померања, Зборник радова међународна конференција „Савремена достигнућа у грађевинарству“, ISBN 978-86-80297-62-0, Суботица, **2015.**, стр. 347-350.
- [2] Vlajić, Lj. M., Miličić, I.M., Prokić, A. D.: Eksperimentalna analiza dinamičkih uticaja spregnute konstrukcije u fabrici "Banini a.d." u Kikindi, DOI:10.14415/konferencijaGFS 2014.013, Zbornik radova Građevinskog fakulteta, Međunarodna konferencija "Savremena dostignuća u građevinarstvu, **2014.**god., str. 107-116
- [3] Wilson, E.L.: Three – Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, ISBN 0-923907-00-9, Third Edition, Berkeley, California, USA, **2012.**
- [4] Tang, K.T.: Mathematical Methods for Engineers and Scientists 3, ISBN-10 3-540-44695-8 Springer Berlin Heidelberg New York, **2007.**
- [5] PTC, Mathcad 14.0, User's Guide (pdf), February **2007.**

COMPUTER SIMULATION OF RECONSTRUCTION "EXCITATION - RESPONSE" 1D DYNAMIC MODEL USING FFT and IFFT THE TRANSFORMATION

Summary: In this paper, using computer applications MathCAD with Fury algorithms transformation (FFT and IFFT) simulated reconstruction excitation (external displacement) and response (displacements) as a function of imposed relationships of their amplitude frequencies developments in the field of resonance. As this area is unacceptable for carriers of building construction, it was showed that the coefficient was equal to one disorder leads to cancellation of the results of the numerical simulation of the response of the modeled transfer function the proposed by I.M.Miličić, 2015.

Keywords: 1D model, simulation, excitation, response, transfer function, displacements