

STRESS-STRAIN RELATIONSHIP FOR LIGHTWEIGHT AGGREGATE FIBER REINFORCED CONCRETE - OVERVIEW

ВЕЗА НАПОН-ДИЛАТАЦИЈА ЗА ЛАКОАГРЕГАТНЕ БЕТОНЕ АРМИРАНЕ ВЛАКНИМА - ПРЕГЛЕД

Ivana Perčić¹, Danica Goleš², Arpad Čeh³

Paper type: Original scientific paper

Received: 15.11.2022.

Accepted: 19.11.2022.

Available online: 15.12.2022.

UDK: 666.972.1:620.17

DOI: 10.14415/JFCE-886

CC-BY-SA 4.0 license

Summary: Insufficient representation of lightweight aggregate fiber reinforced concrete in technical regulations is one of the main limiting factors for their wider application, despite the numerous advantages this material has over normal weight concrete.

Based on a review of the available literature and current technical regulations, the paper presents existing proposals for stress-strain relationships in compression and tension for fiber reinforced concrete, with special focus to their applicability to lightweight aggregate concrete.

Keywords: Lightweight aggregate fiber reinforced concrete, constitutive relationships, orientation factor

Резиме: Недовољна заступљеност лакоагрегатних бетона армираних влакнима у техничкој регулативи је један од основних ограничавајућих фактора њихове шире примене, упркос бројним предностима које овај материјал има у односу на бетоне нормалне тежине.

У раду су, на основу прегледа доступне литературе и важеће техничке регулативе, приказани постојећи предлози веза напон-дилатација при притиску и затезању за бетоне армиране влакнима, са посебним освртом на њихову применљивост на лакоагрегатне бетоне.

Кључне речи: Лакоагрегатни бетон армиран влакнима, конститутивне везе, фактор оријентације

1. INTRODUCTION

One of the main disadvantages of concrete, as the most common building material, is its relatively high density. By replacing normal weight concrete (NWC) with lightweight aggregate

1. УВОД

Један од главних недостатака бетона, као најзаступљенијег грађевинског материјала, је његова релативно велика запреминска тежина. Заменом бетона нормалне тежине (БНТ)

¹ Ivana Perčić, mast.građ.inž., PhD student, Stipendista Ministarstva, University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering Subotica, Kozaračka 2a, Subotica, Serbia, tel: +381 24 554 300, e – mail: ivanapercic97@gmail.com

² Prof. dr Danica Goleš, dipl.inž.građ., University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering Subotica, Kozaračka 2a, Subotica, Serbia, tel: +381 24 554 300, e-mail: dgoles@gmail.com

³ Doc. dr Arpad Čeh, dipl.inž.građ., University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering Subotica, Kozaračka 2a, Subotica, Serbia, tel: +381 24 554 300, e-mail: ceh@gf.uns.ac.rs

concrete (LWAC), structural members of equal dimensions and bearing capacity can be obtained, but with a significantly lower self-weight, which is especially desirable in seismic areas. However, the possibility of applying LWAC in seismic areas is limited due to its low ductility, i.e., its poor ability to plastically deform before failure occurs. Increasing the ductility of LWAC is successfully achieved today by adding a certain amount of fibers to the concrete mix. Steel, basalt, polypropylene (PP), polyvinyl-alcohol (PVA), etc. are most often used. Different types of fibers have different mechanical characteristics, and the mechanical characteristics of concrete depend on the type and amount of fibers. The residual strength of concrete can be significantly increased by adding fibers [1].

Guidelines for modelling the behaviour of normal weight fiber reinforced concrete (NWFRC), as well as for the design of members and structures made of this material, are given in Eurocode 2 (EC 2) [2], which is largely based on the recommendations of the CEB-FIP Model Code 1990 [3], then in ACI 544 [4], in *Guidelines for Concrete* of the Japanese Society of Civil Engineers (JSCE) [5], as well as in the draft of the new Eurocode 2 [6] in Annex L. These guidelines mainly focus on concretes with the addition of steel fibers, although they do not exclude the application of other types of fibers.

On the other hand, the design of structures made of lightweight aggregate fiber reinforced concrete (LWAFRC) has not yet found its place in technical regulations. Based on a review of the available literature and the technical regulations, this paper gives a comparative presentation of various proposals for modelling the stress-strain relationship of fiber reinforced concrete, with special focus to LWAFRC.

лакоагрегатним бетонима (ЛАБ), могу се добити конструкцијски елементи једнаких димензија и носивости, али са знатно мањом сопственом тежином, што је посебно пожељно у сеизмичким подручјима. Ипак, могућност примене ЛАБ-а у сеизмичким подручјима је ограничена због његове ниске дуктилности, односно, слабе способности да се пластично деформише пре наступања лома. Повећање дуктилности ЛАБ-а се данас успешно постиже додавањем одређене количине влакана у бетонску мешавину. Најчешће се примењују челична, базалтна, полипропиленска (ПП), поливинил-алкохолна (ПВА) и др. Различити типови влакана имају различите механичке карактеристике, а од типа и количине влакана зависе и механичке карактеристике бетона. Додатком влакана значајно се може повећати и резидуална чврстоћа бетона [1].

Смернице за моделирање понашања бетона нормалне тежине армираних влакнима (БНТАВ), као и за пројектовање елемената и конструкција од овог материјала, дате су у Еврокоду 2 (EC 2) [2], који се у великој мери базира на препорукама CEB-FIP Model Code-а 1990 [3], затим у ACI 544 [4], у *Guidelines for Concrete* јапанског друштва грађевинских инжењера (JSCE) [5], као и у нацрту новог Еврокода 2 [6] у прилогу Л. Наведене смернице се претежно фокусирају на бетоне са додатком челичних влакана, иако не искључују примену других типова влакана.

Са друге стране, пројектовање конструкција од лакоагрегатног бетона армираног влакнима (ЛАБАВ) тренутно још није нашло своје место у техничкој регулативи. На основу прегледа доступне литературе и техничке регулативе, у овом раду је дат упоредни приказ различитих предлога за моделирање везе напон-дилатација бетона армираних

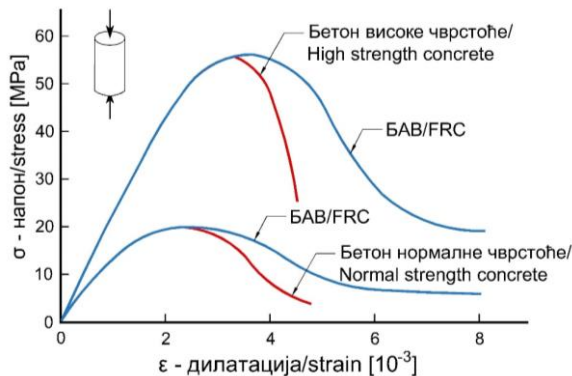
vlaknima, са посебним освртом на ЛАБАВ.

2. AXIAL COMPRESSIVE STRENGTH

Previous tests have shown that the contribution of fibers to the compressive strength of concrete is very small, and that in some cases the fibers have a negative influence [7, 8]. Until the maximum compressive strength is reached, the stress-strain relationship in FRC and plain concrete is identical, so in both cases it can be described by the function given in EC 2 [2] (Table 1). The difference in the behaviour of these two materials is observed only after reaching the compressive strength (Figure 1).

2. ЧВРСТОЋА ПРИ АКСИЈАЛНОМ ПРИТИСКУ

Досадашња испитивања су показала да је допринос влакана чврстоћи бетона при притиску веома мали, а да у неким случајевима влакна имају и негативан утицај [7, 8]. До достизања максималне чврстоће при притиску, веза напон-дилатација код БАВ и код бетона без влакана је идентична, па се у оба случаја може описати функцијом датом у ЕС 2 [2] (Табела 1). Разлика у понашању ова два материјала се уочава тек након достизања чврстоће при притиску (Слика 1).



Слика 1 – Дијаграм напон-дилатација при притиску за бетоне без и са влакнима
Figure 1 – Stress-strain diagram in compression for plain and fiber reinforced concrete

ЕС 2 provides expressions for describing the relationship between stress and strain in concrete under uniaxial compression, both for the nonlinear analysis of structures (Table 1) and for the calculation of cross-sections of members. With appropriate stress and strain parameters for the applied material these expressions can be applied to both NWC and LWAC. Table 1 shows the parameters for LWAC.

ЕС 2 даје изразе за описивање везе напона и дилатација у бетону при једноаксијалном притиску, како за нелинеарну анализу конструкција (Табела 1) тако и за прорачун попречних пресека елемената. Ови изрази се могу применити и на БНТ и на ЛАБ, ако се у њих унесу одговарајуће напонске и деформацијске величине за примењени материјал. У Табели 1 су приказани параметри за ЛАБ.

Табела 1 – Преглед веза напон-дилатација при притиску
Table 1 – Overview of stress-strain relationships under pressure

Модел/ Model	Израз/Expression	Параметри/Parameters	Примена/ Primena
EC 2	$\frac{\sigma}{f_{lcm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}$	$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{lc1}}, \epsilon_{lc1} = k f_{lcm} (E_{lci} \cdot \eta_E)$ $\eta_E = \left(\frac{\rho}{2200}\right)^2, E_{lcm} = E_{cm} \eta_E$	Све врсте бетона/All types of concrete*
[9]	$\sigma = f_c \left(\frac{\beta(\epsilon/\epsilon_c)}{\beta - 1 + (\epsilon/\epsilon_c)^\beta} \right)$	$\beta = \frac{1}{(1 - (f_c/\epsilon_c E_c))}$	БНТ/NWC
[10]	$\sigma = f_c \left(\frac{k_1 \beta (\epsilon/\epsilon_c)}{k_1 \beta - 1 + (\epsilon/\epsilon_c)^{k_2 \beta}} \right)$	$\beta = \frac{1}{(1 - (f_c/\epsilon_c E_c))}$ $f_c \leq 50 \text{ MPa} \rightarrow k_1 = k_2 = 1$ $50 \text{ MPa} \leq f_c \leq 120 \text{ MPa} \rightarrow$ $k_1 = (50/f_c)^3, k_2 = (50/f_c)^{1.3}$	БВЧ/HSC
[12]	Узлазна грана/ Ascending branch: $\sigma = f_c \left(a \frac{\epsilon}{\epsilon_c} + (3 - 2a) \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right)^2 + (a-2) \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right)^2 \right)$	a – однос између почетног модула еластичности и секантног модула еластичности/ratio that initial elastic modulus to secant elastic modulus	БНТ/NWC
[8]	Узлазна грана/ Ascending branch: $\sigma = E \epsilon \exp \left[-\frac{1}{m} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right)^m \right], \epsilon \leq \epsilon_c$ Силазна грана/ Descending branch: $\sigma = f_c \exp \left[-0,5 \left(\frac{\ln \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right)}{c} \right)^2 \right], \epsilon \geq \epsilon_c$	$m = 1 / \ln(E \epsilon_c / f_c)$ c – подешава се помоћу експерименталних резултата/adjusted using experimental results	ЛАБАВ (Челик)/ LWA-FRC (Steel)
[11]	$\sigma = f_c \left(\frac{k_1 \beta (\epsilon/\epsilon_c)}{k_1 \beta - 1 + (\epsilon/\epsilon_c)^{k_2 \beta}} \right)$	$\beta = \frac{1}{(1 - (f_c/\epsilon_c E_c))}$ $k_1 = 1,2524 - 0,0197(RI)_{CF}$ – $-0,3224(RI)_{PF} - 0,0875\beta$ $k_2 = 1,1476 - 0,0158(RI)_{CF}$ – $-0,2512(RI)_{PF} - 0,1059\beta$	ЛАБАВ (Карбон-ПП)/ LWA-FRC (Carbon/PP)

σ – Напон притиска у бетону/Compressive stress in the concrete; f_{lcm} – Средња вредност чврстоће лакоагрегатног бетонског цилиндра при притиску/Mean lightweight concrete cylinder compressive strength; ϵ_c – Дилатација бетона при притиску/Compressive strain in the concrete; $k=1,1$ за лакоагрегатни бетон са песком/for

lightweight aggregate concrete with sand; $k=1,0$ за бетон само са лаким агрегатом/for lightweight aggregate; ρ – Запреминска маса бетона после сушења/Oven dry density of concrete; f_c – Чврстоћа на притисак/Compressive strength; ε_c – Дилатација бетона при максималном напону притиска f_c /Compressive strain in the concrete at the peak stress f_c ; E_c – Тангентни модул еластичности/Tangential elastic modulus; E_{cm} – Секантни модул еластичности/Secant modulus of elasticity; RI – Индекс влакана/Fiber reinforcing index; ε – Гранична дилатација/Ultimate strain; HSC – Бетон високе чврстоће/High strength concrete

* Дати изрази се односе на ЛАБ/Given expressions refer to LWAC

In addition to the relationship provided by EC 2, other authors' relationships suggestions can be found in the literature.

One of the first empirical expressions for the stress-strain relationship of uniaxially compressed normal weight concrete was proposed by Carreira and Chu [9]. It was later adapted by many authors, including Wee et al. [10] and Yang et al. [11].

The expression to describe the stress-strain relationship for LWAFRC, proposed by Liu et al. [8], combines the proposals of Wee et al. [10] for high strength concrete (HSC) and Guo et al. [12] for NWC. In addition to them, Yang et al. [11] gave their proposal of expression for lightweight concrete reinforced with steel and carbon fibers. Their proposal is based on Carreira and Chua's expression. It features the RI index, which takes into account the geometric characteristics and the amount of fibers.

3. BEHAVIOR OF CONCRETE IN TENSION

The stress-strain relationship of concrete during axial tension is usually treated as linear until the appearance of the first cracks, which occurs at a stress of approximately 90% of the mean tensile strength f_{ctm} (Figure 2).

The behaviour of ordinary and fiber reinforced concrete begins to differ only after the appearance of cracks. The addition of fibers increases the ductility and residual strength of concrete, which

Поред везе коју даје ЕС 2, у литератури се могу пронаћи предлози веза других аутора.

Један од првих емпиријских израза за везу напон-дилатација једноаксијално притиснутог бетона нормалне тежине су предложили Carreira и Chu [9]. Њега су касније прилагођавали многи аутори, међу којима и Wee и остали [10] и Yang и остали [11].

Израз за описивање везе напон-дилатација за ЛАБАВ, који су предложили Liu и остали [8], комбинује предлоге Wee-а и осталих [10] за бетоне високе чврстоће (БВЧ) и Guo-а и осталих [12] за БНТ. Поред њих, Yang и остали [11] су дали свој предлог израза за лакоагрегатне бетоне армиране челичним и карбонским влакнима. Њихов предлог се заснива на изразу Carreira и Chua. У њему фигурише индекс RI који узима у обзир геометријске карактеристике и количину влакана.

3. ПОНАШАЊЕ БЕТОНА ПРИ ЗАТЕЗАЊУ

Веза напон-дилатација бетона при аксијалном затезању најчешће се третира као линеарна до појаве првих прслина, што се дешава при напону од приближно 90% средње вредности чврстоће при затезању f_{ctm} (Слика 2). Понашање обичног и бетона армираног влакнима почиње да се разликује тек након појаве прслина. Додатком влакана повећава се дуктилност и резидуална чврстоћа

is why the load capacity of FRC in tension cannot be ignored.

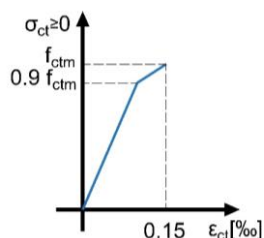
The methods that can be used to test the behaviour of concrete in tension can be divided into:

- direct and
- indirect.

бетона, због чега носивост БАВ у затезању није оправдано занемарити.

Методе којима се може испитати понашање бетона при затезању се могу поделити на:

- директне и
- индиректне.



Слика 2 – σ - ϵ дијаграм при затезању

Figure 2 – σ - ϵ diagram for tension

Табела 2 – Методе испитивања БАВ

Table 2 – Test methods for FRC

Метода/Method	Тест/Test	
Директно/Direct	тест једноаксијалног затезања/ uni-axial tension test	RILEM TC 162-TDF [13]
Индиректно/ Indirect	тест греде оптерећене у три тачке/three point bending test	EN 14651 [14] RILEM TC 162-TDF [15]
	тест греде оптерећене у четири тачке/four point bending test	ASTM C1609 [16] ASTM C1018 [17] JCI-SF4 [18] (Japan) DBV - Guide to Good Practice (DBV 2007) [19]
	тест савијања плоче/ flexural plate test	ASTM C-1550 [20] Bernard [21] Minelli и Plizzari [22]

Depending on how the specimens are tested, the crack mouth opening displacement (CMOD) or mid-span deflection of the beam (when the specimen is tested according to ASTM C1609) is measured. Based on the experimental results, the value of the residual strength of concrete during bending can be determined.

EN 14651 [14] requires four residual strength values (f_{R1k} , f_{R2k} , f_{R3k} , f_{R4k}) to be determined, corresponding to crack mouth opening displacements of 0,5, 1,5, 2,5 and 3,5 mm, respectively. The

У зависности од начина на који се узорци испитују мери се ширина отвора прслине (CMOD) или угиб у средини распона греде (када се узорак испитује према ASTM C1609). На основу резултата експерименталних мерења може се одредити вредност резидуалне чврстоће бетона при савијању.

EN 14651 [14] захтева да се одреде четири вредности резидуалних чврстоћа (f_{R1k} , f_{R2k} , f_{R3k} , f_{R4k}), које одговарају ширинама отвора прслина од 0,5, 1,5, 2,5 и 3,5 mm, респективно.

residual bending strength $f_{R,i}$ is calculated according to

Резидуална чврстоћа при савијању $f_{R,i}$ се прорачунава према

$$f_{R,i} = \frac{3F_{R,i}L}{2bh_{sp}^2}, \quad (1)$$

where $F_{R,i}$ is the load corresponding to the $CMOD_i$ size, L is the characteristic length of the specimen, b is the specimen width, and h_{sp} is the height of the beam in the middle of the span.

fib Model Code 2010 (MC 2010) [23] classifies FRC based on the ratio of residual strengths f_{R3k} and f_{R1k} . Table 3 shows the classification found in the draft of the new generation of Eurocode 2 [6].

где је $F_{R,i}$ сила која одговара величини $CMOD_i$, L карактеристична дужина узорка, b ширина узорка, а h_{sp} висина греде у средини распона.

fib Model Code 2010 (MC 2010) [23] класификује БАВ на основу односа резидуалних чврстоћа f_{R3k} и f_{R1k} . У Табели 3 је приказана класификација која се налази у нацрту нове генерације Еврокода 2 [6].

Табела 3 – Класификација БАВ [6]
Table 3 – Classification of FRC [6]

Класа дуктилности/ Ductility class	Карактеристична резидуална чврстоћа на савијање/Characteristic residual flexural strength $f_{R,1k}$									Аналитички израз/ Analytical formula
	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	
a	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	$f_{R,3k}=0,5f_{R,1k}$
b	0,7	1,1	1,4	1,8	2,1	2,8	3,5	4,2	5,6	$f_{R,3k}=0,7f_{R,1k}$
c	0,9	1,4	1,8	2,3	2,7	3,6	4,5	5,4	7,2	$f_{R,3k}=0,9f_{R,1k}$
d	1,1	1,7	2,2	2,8	3,3	4,4	5,5	6,6	8,8	$f_{R,3k}=1,1f_{R,1k}$
e	1,3	2,0	2,6	3,3	3,9	5,2	6,5	7,8	10,4	$f_{R,3k}=1,3f_{R,1k}$

Many parameters influence the behavior of concrete during tension, so its modelling is complex, which is why there is no single constitutive relationship that can describe it.

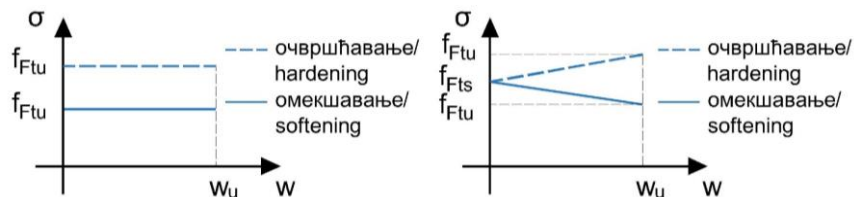
MC 2010 provides two simplified constitutive relationships, which describe the behaviour of concrete after crack opening: rigid-plastic behaviour and linear behaviour (hardening or softening) (Figure 4).

Based on experimental tests, a connection between the stress and the width of the crack opening w is reached.

Много параметара утиче на понашања бетона при затезању, па је његово моделирање сложено, због чега не постоји јединствена конститутивна веза којом се оно може описати.

MC 2010 даје две поједностављене конститутивне бeze, које описују понашање бетона након отварања прсline: круто пластично понашање и линеарно понашање (очвршћавање или омекшавање) (Слика 4).

На основу експерименталних испитивања се долази до везе између напона и ширине отвора прсline w .



Слика 4 – Поједностављене конститутивне везе: круто пластично понашање и линеарно понашање

Figure 4 – Simplified constitutive relationships: rigid-plastic behaviour and linear behaviour

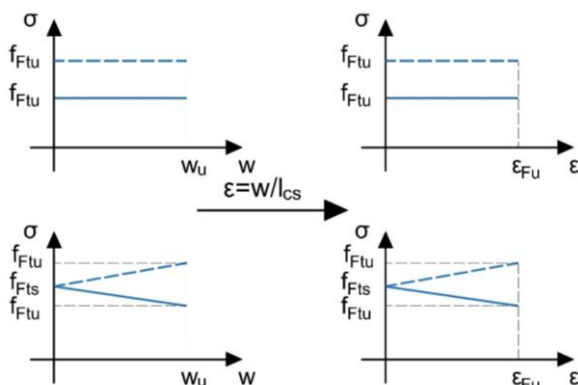
To establish the stress-strain relationship after the appearance of a crack, the "characteristic length" parameter l_{cs} (Figure 5) is introduced, which according to MC 2010 [23] can be determined as

$$l_{cs} = \min\{s_{rm}, y\}, \quad (2)$$

where s_{rm} is the mean distance between cracks, and y is the distance between the neutral axis and the tensile side of the cross-section.

За успостављање везе напон-дилатација након појаве прслине, уводи се параметар „карактеристична дужина“ l_{cs} (Слика 5), који се према MC 2010 [23] може одредити као

где је s_{rm} средње растојање узастопних прслина, а y удаљеност од неутралне осе до затегнуте ивице пресека.



Слика 5 – Веза између дијаграма σ - w и дијаграма σ - ϵ
Figure 5 – Relationship between σ - w diagram and σ - ϵ diagram

MC 2010 provides complex constitutive relationships that take into account the fracture energy G_F (Table 3). The choice of relationship depends on the expected behaviour of the applied material.

MC 2010 даје сложене конститутивне везе које узимају у обзир енергију лома G_F (Табела 3). Избор везе зависи од очекиваног понашања примењеног материјала.

Табела 3 – Конститутивне везе при затезању
Table 3 – Constitutive relations in tension

	Дијаграм/Diagram	Параметри/Parameters
MC 2010 [23]	<p> $\epsilon_C > \epsilon_p \quad \sigma_C < f_{ct}$ $\epsilon_C = \epsilon_p \quad \sigma_C = f_{ct}$ </p>	$\overline{BC}: \frac{\sigma - f_{ct}}{0,2f_{ct} - f_{ct}} = \frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_Q - \epsilon_p}$ $\epsilon_Q = \frac{G_F}{f_{ct} l_{cs}} + \left(\epsilon_p - \frac{0,8f_{ct}}{E_c} \right)$ $G_F = 0,73 f_{cm}^{0,18}$ $f_{Fts} = 0,45 f_{R1}$ $f_{FTu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0,5 f_{R3} + 0,2 f_{R1})$ $\epsilon_{SLS} = CMOD_1 / l_{cs}$ $\epsilon_{ULT} = w_u / l_{cs} = \min(\epsilon_{Fu}, 2,5 / l_{cs})$
	<p> $\frac{\sigma_D - \sigma_A}{\epsilon_D - \epsilon_A} < \frac{\sigma_B - \sigma_A}{\epsilon_B - \epsilon_A}$ </p>	$\overline{BD}: \frac{\sigma - f_{ct}}{f_{Fts} - f_{ct}} = \frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_{SLS} - \epsilon_p}$ $f_{Fts} = 0,45 f_{R1}$ $f_{FTu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0,5 f_{R3} + 0,2 f_{R1})$ $\epsilon_{SLS} = CMOD_1 / l_{cs}$ $\epsilon_{ULT} = w_u / l_{cs} = \min(\epsilon_{Fu}, 2,5 / l_{cs})$
	<p> $\frac{\sigma_D - \sigma_A}{\epsilon_D - \epsilon_A} > \frac{\sigma_B - \sigma_A}{\epsilon_B - \epsilon_A}$ </p>	$\overline{A'D}: \frac{\sigma - \sigma_A}{f_{Fts} - \sigma_A} = \frac{\epsilon - \epsilon_{A'}}{\epsilon_{SLS} - \epsilon_{A'}}$ $\sigma_A = 0,9 f_{Fts}$ $f_{Fts} = 0,45 f_{R1}$ $f_{FTu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0,5 f_{R3} + 0,2 f_{R1})$ $\epsilon_{SLS} = CMOD_1 / l_{cs}$ $\epsilon_{ULT} = w_u / l_{cs} = \min(\epsilon_{Fu}, 2,5 / l_{cs})$
RILEM TC 162-TDF [15]		$\sigma_1 = 0,7 f_{ctm,fl} (1,6-d);$ $\sigma_2 = 0,45 \cdot f_{R,1} \cdot k_h;$ $\sigma_3 = 0,37 \cdot f_{R,A} \cdot k_h;$ $\epsilon_1 = \sigma_1 / E_c;$ $\epsilon_2 = \epsilon_1 + 0,1\%;$ $\epsilon_3 = 25\%;$ $k_h = 1 - 0,6 \frac{h - 12,5}{47,5}$
Напруг EC 2/ EC 2 draft [6]		$f_{F11,ef} = 0,37 \cdot f_{R,1}$ $f_{F13,ef} = 0,57 f_{R,3} - 0,26 f_{R,1}$ $\epsilon_{FTu} = w_u / l_{cs} \leq 2,5 \text{ mm} / l_{cs} \leq \epsilon_{FTu,d}$ $l_{cs} = \min\{h, s_{rm}\}$ $s_{rm} = 0,75 s_{r,max,cal}$ $\epsilon_{ctm} = f_{ctm} / E_{cm}$ $\epsilon_{F,0} = 2 \epsilon_{ctm}$

f_{cm} – Средња вредност чврстоће на притисак/Mean compressive strength; k_0 – Фактор оријентације/Factor for fibre orientation; $s_{r,max,cal}$ – Максимални размак прслина за елементе армиране челичним влакнима и уздужном арматуром/Maximum crack spacing in members reinforced with steel fibers and longitudinal rebars; G_F – Енергија лома/Fracture energy; w_u – Максимална дозвољена ширина прслина/Ultimate crack width

In addition to the constitutive relationships mentioned so far, other authors relationships can be found in the literature. Some of the relationship proposals were given by: Barros et al. [24], Tlemat et al. [25], Lok and Xiao [26], Lok and Pei [27] and others. Many previous tests, based on which comparisons of the results of numerical analysis and the actual behaviour of the samples were made, were made with NWC reinforced with steel fibers. Table 4 provides an overview of some of the studies conducted so far.

Поред до сада наведених конститутивних веза, у литератури се могу пронаћи везе других аутора. Неке од предлога веза су давали: Barros и др. [24], Tlemat и др. [25], Lok и Xiao [26], Lok и Pei [27] и др. Многа досадашњих испитивања, на основу којих су се вршила поређења резултата нумеричке анализе и стварног понашања узорака, су рађена са БНТ армираних челичним влакнима. У Табели 4 је дат преглед неких досадашњих испитивања.

Tabela 4 – Преглед литературе
Table 4 – Literature review

Аутор/Author	Елемент/Element	Материјал/Material	Веза/Relationship
[28]	Греда/Beam 20x100x300 cm	БНТАВ/NWFRC	MC 2010 RILEM TC 162- TDF
[29]	Греда/Beam 150x150x600 mm	БНТАВ/NWFRC	MC 2010
[30]	Кружна плоча/Circular plate Ø800 mm Ø1500mm	БНТАВ/NWFRC	Barros RILEM TC 162- TDF Lok i Xiao Lok i Pei

Al-Naimi et al. [31] performed LWAFRC tests on the basis of which they came to the conclusion that the RILEM's relationship overestimates the value of the tensile strength of concrete, but underestimates its ductility, while the MC 2010's relationship significantly overestimates the ductility of concrete. Therefore, they proposed a model in which the characteristics of the fibers are also taken into account. The proposal of a constitutive relationship for LWAC reinforced with steel fibers was also given by Christidis et al. [32]. Table 5 provides an overview of the constitutive relationship of the above-mentioned authors.

Al-Naimi и остали [31] су вршили испитивања ЛАБАВ на основу којих су дошли до закључка да веза RILEM-а прецењује вредност затезне чврстоће бетона, али потцењује његову дуктилност, док веза MC-а 2010 значајно прецењује дуктилност бетона. Због тога су они предложили везу у којој се узимају у обзир и карактеристике влакана. Предлог конститутивне везе за ЛАБ армиране челичним влакнима су дали и Christidis и остали [32]. У Табели 5 је дат преглед конститутивних веза горе поменутих аутора.

Табела 5 – Конститутивне везе из литературе
Table 5 – Constitutive relationships from the literature

	Дијаграм/Diagram	Параметри/Parameters
Al-Naimi и др. [31] (SFLWC)		$\sigma_{tp} = 0,065 f_{lcm}$ $\sigma_{tr1} = \sigma_f V_f \eta_0$ $\sigma_{tr1} = 4 \frac{\tau_b L_E}{d_f}$ $w_{tr1} = L_T \frac{\sigma_{tr1}}{E_f \eta_0 V_f}$ $L_T = \min\{S_{rm}, h_{sp}/2\}$ $w_{tr2} = L$ $w_{tr3} = L_H$ $w_u = L_H + 5d_f$
Christidis и др. [32] (SFLWC)	$V_f(l/d) < 0,33$ 	$I: f_{LOP}^{FRLWC} = 0,99 f_{LOP}^{LWC} (1 - V_f) + 3,30 V_f (l/d)$ $II: f_{min}^{FRLWC} = 0,88 f_{min}^{FRLWC}$ $III: \left(\frac{f}{f_{min}^{FRLWC}} - 1 \right) = a \cdot \ln \left(\frac{CMOD}{CMOD_{min}^{FRLWC}} \right)$ $a = 0,19$ $IV: \left(\frac{f_{max}^{FRLWC}}{f_{max}^{FRLWC}} - 1 \right) = -b \left(\frac{CMOD - CMOD_{max}^{FRLWC}}{CMOD_{max}^{FRLWC}} \right)$ $b = 0,062 + 0,12$ $CMOD_{LOP}^{FRLWC} = 30 \mu m$ $CMOD_{min}^{FRLWC} = 2,26 CMOD_{LOP}^{FRLWC}$ $CMOD_{max}^{FRLWC} = 25 CMOD_{LOP}^{FRLWC}$
	$V_f(l/d) > 0,42$ 	$I: f_{LOP}^{FRLWC} = 0,99 f_{LOP}^{LWC} (1 - V_f) + 3,30 V_f (l/d)$ $II: \left(\frac{f}{f_{LOP}^{FRLWC}} - 1 \right) = a \cdot \ln \left(\frac{CMOD}{CMOD_{LOP}^{FRLWC}} \right)$ $a = 0,23 V_f (l/d) + 0,15$ $III: \left(\frac{f}{f_{min}^{FRLWC}} - 1 \right) = a \cdot \ln \left(\frac{CMOD}{CMOD_{min}^{FRLWC}} \right)$ $a = 0,19$ $CMOD_{LOP}^{FRLWC} = 50 \mu m$ $CMOD_{max}^{FRLWC} = 13,43 CMOD_{LOP}^{FRLWC}$

σ_f – Напон у влакну/Stress in fiber; τ – Чврстоћа приањања/Adhesion strength; d_f – Пречник влакна/Fiber diameter; L_T – Карактеристична дужина/Characteristic length; L_H – Дужина куке/Hook end length; L_E – Дужина уграђеног влакна/Embedment length; E_f – Модул еластичности влакана/Modulus of elasticity of fibers; η_0 – Фактор оријентације/Orientation factor; SFLWC – Лакоагрегатни бетон армиран челичним влакнима/Steel fiber reinforced lightweight aggregate concrete

4. ORIENTATION FACTOR

Fiber orientation significantly affects the mechanical characteristics of concrete, especially after the first cracks appear. The arrangement and orientation of the fibers are influenced by the characteristics of the fresh concrete, the type and length of the fibers, the amount

4. ФАКТОР ОРИЈЕНТАЦИЈЕ

Оријентација влакана значајно утиче на механичке карактеристике бетона, посебно након настанка првих прлина. На распоред и оријентацију влакана утичу карактеристике свежег бетона, тип и дужина влакана, количина влакана у бетонској

of fibers in the concrete mix, the size of the sample, the way the concrete mix is poured, the way the mix is vibrated, the presence of obstacles (rebar), etc.

Since micro-reinforced concrete is considered to be anisotropic and non-homogeneous, its behaviour in standard test specimens may differ significantly from the behaviour of the same material in a structural member or structure. For this reason, MC 2010 introduced the orientation factor K . With the known orientation factor, it is possible to calculate the residual strength for the ultimate and serviceability limit states by applying the following expressions:

$$f_{Ftsd,mod} = f_{Ftsd} / K, \quad (3)$$

$$f_{Ftud,mod} = f_{Ftud} / K, \quad (4)$$

where K is the orientation factor. $K=1,0$ when an isotropic fiber distribution is assumed, $K<1,0$ when the fibers are oriented favourably, $K>1,0$ when the fibers are oriented unfavourable. f_{Ftud} is the residual strength for the ultimate limit states, and f_{Ftsd} is the residual strength for the serviceability limit states.

Confirmation that the orientation of the fibers can be significantly influenced by the geometric characteristics of the examined sample was given by Blanco et al. [28] on the example of a plate. The mentioned authors concluded that the orientation factor K should be between 2 and 3.2.

5. CONCLUSION

LWAFRC has many advantages compared to NWFRC, but its application is limited because it is not included in the technical regulation. In order to increase the application of LABAV, it is necessary to develop theoretical and numerical models that will accurately describe its behaviour, taking into account all important influencing factors.

мешавини, величина узорка, начин изливања бетонске мешавине, начин вибрирања мешавине, постојање препрека (арматуре) и др.

Пошто се сматра да је микроармирани бетон анизотропан и нехомоген, његово понашање код стандардних узорака за испитивање може значајно да се разликује од понашања истог материјала у конструктивном елементу или конструкцији. Из тог разлога је MC 2010 увео фактор оријентације K . Са познатим фактором оријентације је могуће прорачунати заосталу чврстоћу за гранична стања носивости и употребљивости применом следећих израза:

где је K фактор оријентације. $K=1,0$ када се претпоставља изотропна расподела влакана, $K<1,0$ када су влакна оријентисана повољно, $K>1,0$ када су влакна оријентисана неповољно. f_{Ftud} је заостала чврстоћа за гранично стање носивости, а f_{Ftsd} је заостала чврстоћа за гранично стање употребљивости.

Потврду да на оријентацију влакана могу значајно утицати геометријске карактеристике испитаног узорка дали су Blanco и остали [28] на примеру плоче. Поменути аутори су закључили да би фактор оријентације K требало да се налази у границама између 2 и 3,2.

5. ЗАКЉУЧАК

ЛАБАВ има много предности у односу на БНТАВ, али је његова примена ограничена јер није обухваћен у техничкој регулативи. Како би се повећала примена ЛАБАВ неходно је развити теоријске и нумеричке моделе који ће верно описати његово понашање, узимајући у обзир све битне утицајне факторе.

Based on the reviewed literature, the following observations can be made:

- The expressions for describing the relationship of stress and strain of concrete in compression given by EC 2 can be applied for BAV until the maximum stress is reached, after which these expressions are not applicable. Relationship proposals can be found in the literature that take into account the amount and dimensions of the fibers;
- Constitutive relationships MC 2010 and RILEM TC 162-TDF for concrete in tension are often not applicable for LWAFRC. There are a number of proposals for the LWAFRC stress-strain relationship in the literature that take fiber characteristics into account;
- The orientation of the fibers is significantly influenced by the geometric characteristics of the tested sample, which has been confirmed by many tests. It can be noted that there is not much information in the literature about the value of the orientation factor K in LWAFRC.

На основу прегледане литературе се могу издвојити следећа запажања:

- Изрази за описивање везе напона и дилатација у бетону при притиску које даје EC 2 се могу применити за БАВ до достизања максималног напона, након чега ови изрази нису примењиви. У литератури се могу пронаћи предлози веза који узимају у обзир количину и димензије влакана;
- Конститутивне везе MC 2010 и RILEM TC 162-TDF за бетоне при затезању често нису примењиве за ЛАБАВ. У литератури постоји низ предлога везе напон-дилатација ЛАБАВ који узимају у обзир карактеристике влакана;
- На оријентацију влакана значајно утичу геометријске карактеристике испитаног узорка, што су потврдила многа испитивања. Може се приметити да у литератури не постоји много информација о величини фактора оријентације K код ЛАБАВ.

REFERENCES

- [1] Perčić, I., Goleš, D., Kozarić, L., Čeh, A.: Lightweight aggregate fiber reinforced concrete. Zbornik Radova Građevinskog Fakulteta, 2022., № 41, p.p. 95–110.
- [2] EN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, CEN European Committee for Standardization, 2004.
- [3] CEB-FIP Model Code 1990, Thomas Telford, London, 1993.
- [4] ACI 544.5R Report on the Physical Properties and Durability of Fiber-Reinforced Concrete, ACI Committee 544, American Concrete Institute, 2010.
- [5] Japan Society of Civil Engineers JSCE: Standard specifications for concrete structures. Materials and construction, Guidelines for Concrete, 2008.
- [6] prEN 1992-1-1:2022: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures, Version of the draft of the 2nd generation of Eurocode 2. CEN European Committee for Standardization, 2021.
- [7] Zeng Y., Zhou X., Tang A. & Sun P.: Mechanical Properties of Chopped Basalt Fiber-Reinforced Lightweight Aggregate Concrete and Chopped Polyacrylonitrile Fiber Reinforced Lightweight Aggregate Concrete. Materials, 2020., vol. 13, № 7, p.p. 1715.
- [8] Zeng, Y., Zhou, X., Tang, A. Sun, P.: Mechanical Properties of Chopped Basalt Fiber-Reinforced Lightweight Aggregate Concrete and Chopped Polyacrylonitrile Fiber Reinforced Lightweight Aggregate Concrete. Materials, 2020., vol. 13, № 7, p.p. 1715.
- [9] Liu, X., Wu, T., Liu, Y.: Stress-strain relationship for plain and fibre-reinforced lightweight aggregate concrete. Construction and Building Materials, 2019., vol. 22, p.p. 256-272.
- [10] Wee, T. H., Chin, M. S., & Mansur, M. A.: Stress-strain relationship of high-strength concrete in compression. Journal of Materials in Civil Engineering, 1996., vol. 8, № 9, p.p. 70-76.
- [11] Yang X., Wu T. & Liu X.: Stress–Strain Model for Lightweight Aggregate Concrete Reinforced with Carbon–Polypropylene Hybrid Fibers. Polymers. 2022., vol. 14 p.p. 1675.

- [12] Dacheng, G. Z. X. Z., & Ruqi, W.: Experimental investigation of the complete stress-strain curve of concrete. *Journal of Building Structures*, 1982., vol. 3 p.p. 1.
- [13] RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete. Uni-axial tension test for steel fibre reinforced concrete Recommendations. *Materials and Structures*, 2001., vol. 34, p.p. 3-6.
- [14] EN 14651: Test method for metallic fiber-reinforced concrete - Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual). CEN European Committee for Standardization, 2007.
- [15] RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete - Bending test - Final recommendations. *Materials and Structures*, 2002., vol. 35, p.p. 579-582.
- [16] ASTM C1609: Standard Test Method for Flexural Performance of Fibre-Reinforced Concrete. American Society for Testing and Materials, 2012.
- [17] ASTM C1018: Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete. American Society for Testing and Materials, 1997.
- [18] JCSE-SF4: JCI Standards for Test Methods of Fiber Reinforced Concrete. Japan Concrete Institute, 1984, p.p. 45-51.
- [19] DBV: Guide to Good Practice. Steel Fibre Concrete. Society for Concrete and Construction Technology, 2001.
- [20] ASTM C1550: Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber Reinforced. American Society for Testing and Materials, 2012.
- [21] Bernard, E. S.: Development of a 1200-mm-Diameter Round Panel Test for Post-Crack Assessment of Fiber-Reinforced Concrete. *Advances in Civil Engineering Materials*, 2013., vol. 2, p.p. 457-471.
- [22] Minelli, F., Plizzari, G.: A New Round Panel Test for the Characterization of Fiber Reinforced Concrete: A Broad Experimental Study. *Journal of testing and evaluation*, 2011., vol. 39, p.p. 889-897.
- [23] fib Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, Berlin, Germany, 2013.
- [24] Barros, J. A., Cunha, V. M., Ribeiro, A. F., Antunes, J. A. B.: Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete. *Materials and Structures*, 2005., vol. 38, p.p. 47-56.
- [25] Tlemat, H., Pilakoutas, K., & Neocleous, K.: Modelling of SFRC using inverse finite element analysis. *Materials and Structures*, 2006., vol. 39, p.p. 221-233.
- [26] Lok, T. S., & Xiao, J. R.: Flexural strength assessment of steel fiber reinforced concrete. *Journal of Materials in Civil engineering*, 1999., vol. 11, p.p. 188-196.
- [27] Lok, T. S., & Pei, J. S.: Flexural behaviour of steel fiber reinforced concrete. *Journal of materials in civil engineering*, 1998., vol. 10, p.p. 86-97.
- [28] Blanco, A., Pujadas, P., De la Fuente, A., Cavalaro, S. H. P., & Aguado, A.: Assessment of the fibre orientation factor in SFRC slabs. *Composites Part B: Engineering*, 2015., vol. 68, p.p. 343-354.
- [29] Pająk, M., Krystek, M., Zakrzewski, M., & Domski, J.: Laboratory Investigation and Numerical Modelling of Concrete Reinforced with Recycled Steel Fibers. *Materials*, 2021., vol. 14, № 8, p.p. 343-354.
- [30] Soyemi, O. B., & Abbas, A. A.: Load-Carrying Capacity of SFRC Suspended Slabs with Different Support Conditions. RILEM-fib International Symposium on Fibre Reinforced Concrete, 2020., p.p. 596-609.
- [31] Al-Naimi, H. K., & Abbas, A. A.: A Constitutive Model for Steel-Fibre Reinforced Lightweight Concrete. In RILEM-fib International Symposium on Fibre Reinforced Concrete, 2020., p.p. 920-937.
- [32] Christidis, K. I., Badogiannis, E. G., & Mintzoli, C.: Flexural behaviour of pumice lightweight concrete reinforced with end-hooked steel fibres. In *Structures*, 2021., vol. 33, p.p. 3835-3847.